



طَبِيقَاتُ الْطُّرُقِ مِثْلًا مِثْلًا

—•••••—

اثر
یاوران حضرت شہر یاریدن
یکپاشی رفعت

—•••••—

معارف نظارت جلیہ سنک رخصتیلہ



در سعادت

(قرہبت) مطبعہ سی — باب عالی چارہ سزده



صاحبی: کتابی قرہبت

۱۳۰۸

بعد ادای ماوجب علینا ❦

عثمانیلر ایچون کمالات باهره و ترقیات عالیہ سیلہ غبطہ۔
فرمای اعصار اولان دور فیضافض همایونلرینی ادراک
شرف عالمہاسیلہ متشکر و مباهی بولندیغمز پادشاه معارف۔
پرور و شهنشاه عواطف کستر سلطان الاعظم الفازی
❦ عبد الحمید خان ثانی ❦ افندمنر حضرتلرینه یتیشانلر
بختیاردر۔ چونکہ افکار مراحمدثار حضرت ولی نعمت
اعظمی تبعہ شاهانہلرینک استفاضہ انوار معارفله ترفیه حال
و تأمین سعادت استقباللری جهتہ مصروفدر۔ مأثر شفقت
و مرحمت جلیلہ حضرت خلافتپناہینک حاصل ایتدیکی
حس شکران و منت بقوللرینی تحدیث نعمت پادشاهی
ایچون کمال عجزمله برابر اولانجه قدرتمله چالشمغه تشویق
ایدیور۔

مکاتب عالیہ اعدادیہ لرنده تدریس اولنمقده اولان
 مثلثات درسی علوم ریاضیه تک اساسی مثابه سنده در .
 بوفن سایه سنده برچوق مسائل غامضه سهولتله حل
 اولندینی کبی فن تخطیط اراضی ایله قوزموغرافیا وفنون
 سائرہ بی تدرس ایده جک برشا کرد مثلثاتک دستوراتنه
 وقوف پیدا ایتیمجه استفاده ایتیمی امکان خارجنده در .
 علوم ریاضیه یه دائر نشر ایتدکری آثار عالیہ ایله بحق
 اشتہار ایدن F. I. C جمعیتک مثلثاتہ دائر اولان تالیفات
 غایت دقیق وبسیط اولدیفندن انک مأخذ اتخاذیلہ
 تدریس پروگرامنه موافق بر صورتده تعدیل وبعض
 یرلرینہ علاوہ ایده رک تحدیث نعمت مقصدیلہ و تطبیقاتلی
 اصول مثلثات مستویہ نامیلہ اشبوکتابی نشرہ
 جسارت الہم .

بضاعہ سزلکمه بناء اثرم خطادن سالم اولہ مز .
 ارباب فطانت حسن نیت و خدمتہ اشتراک ایدردہ

اثرمك خطيائتي تصحيح ايله اكمالنه بذل عنايت ايدر
ايسه متشكر اولورم. اصول مثلثاتي لايقيه تدرس
ايدنلره واسطه استفاده اولق اوزره مسائلك اصول
تطيقني {مسائل مثلثايه} ناميله آروجه نشر ايتمه
مجبوريت حس ايتدم.

چونكه برفك تحصيلندن مقصد استفاده جهتي
اولسنه نظراً تطبيقات علميه سنك يلنمسي الزمدر .
نواقص وخطيائكم حسن نيتمه باغشلائمسي ارباب
مروتدن تمنى ايدر. بالوسيله ورد زبانم اولان دعاى
تمادى عمر وعافيت وازدياد شان وشوكت حضرت
خلافتپناهي بي تذكار ايله اعلان افتخار ايلرم .
ومن الله التوفيق نعم المولى ونعم الرقيق

ياوران حضرت شهر ياريدن بيكياني

رفت



بسم الله الرحمن الرحيم

برنجی فصل

خطوط مثلثیه

{ باب اول }

(معلومات ابتدائیہ)

۱۔ فن مثلثات علوم ریاضیہ نك بر شعبہ سی اولوب مقصد دخی بر مثلث اقسام اساسیہ سی بالحساب تعیین وتحدید ایتمکدر.

بر مثلث اقسام اساسیہ سی ایسه اوچی ضلع دیگر اوچی زاویه اولق اوزره الی شیدن عبارت اولوب اقسام مذکورہ نك اوچی معلوم اولدجه دیگر اوچی تعیین اولنه بیلورسده فقط بومعلوماتدن هیچ اولماز ایسه بری ضلع اولق هندسه ایله مبتدر. بر مثلثی حل ایتک معلومات کافیہ ایله مجهولات باقیہ نك قیمت عددیہ سی تقدیر وتعیین ایتمکدر.

اصول هندسه ده معلوم اولان مثلثر عملیات ترسیمه ایله حل اولنورلر سده فقط کافه مادی عملیاتده خطالر تولد ایدنه. جکندن بو سیبله ظهور ایدن نتیجه لر دائما یکده صحتہ مقرون

اولیوب نتائج مذکورہ نك قیمت تقریبی دخی تماماً تقدیر
ایدیلہ من حالبو کہ بومثللو عملیات هندسیہ حساب ایله مکمل
اجرا اولنجقندن بشقہ عملیات مذکورہ نتیجہ سنك قیمت
تقریبی دخی مطلوب اولان درجہ صحه نظراً تقدیر
اولنبیلور .

۲۰ — زاویه لرك مساحسی. هندسده كورلدیكى اوزره
بر زاویه مركزیه ضلعلى اراننده محصور قوسه مساوى اولدیغندن
اشبو اساس زاویه نك مساحه سنده مستقل بر واحد قیاسیدر.
قوسك واحد قیاسی چون اكثر یا ربع دائرة قوسى یا خود محیطك
۳۶۰ اجزا سنندن بر درجه لك قوس اخذ اولنور واولحاله
زوايا بر قائمه نك كسریله یا خود درجه دقیقه و ثانیه ایله تقدیر
اولنور و قولایجه بر مساحه دن دیگرینه انتقال اولنور . نظرى
سؤاللرده قوسك واحد قیاسی چون طولی نصف قطرہ مساوى
اولان قوسى اخذ ایتمك محسنتلیدر.

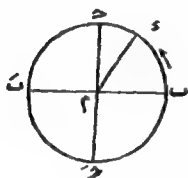
قوس مذکورك درجه ایله افاده سی قولایدر. چونكه محیط
دائرة طولی 2π بر اولدیغندن اگر طول قوس 2π بر
اولور ایسه قوس مذکور ۳۶۰ دن عبارت اولوب اگر طول
قوس r اولور ایسه

$$360 = 2\pi r = \frac{360}{2\pi} r = 57.3^\circ r$$

بو جهته . ثلثات فنده نصف قطر دائما واحد قیاسی ایچون

اخذ اولنور ونصف قطری واحدہ مساوی اولان دائرہ بہ
دائرہ مثلثات دینور اولحال محیط ۲π ایله وربع محیط $\frac{\pi}{۲}$
ایله ارائہ اولنوب ۹۰ یاخود $\frac{\pi}{۲}$ و ۳۰ یاخود $\frac{\pi}{۳}$ و هکذا بلافرق
یازیلور.

۳. - مثلثات دعوالرینه لازمکلان عمومیتی اعطا ایچون
ابعاد مختلفهده بولنان مثبت ومنفی قوس وزاویہلری تصور ایتک
ایجاب ایدر خصوص مذکوره ایچون (شکل ۱) مثلثات دائرہ.



(شکل ۱)

سندہ کیف ما اتفق قوسلرک بدایتی یعنی
مبدأ تسمیه قلنان (ب) نقطه سی اخذ
اولنوب (ب-) و (ح-) قطر قائماری
رسم و (ب) نقطه سندن حرکت ایدر
بر (س) نقطه سنک محیط اوزرنده
(ب ح-) جهته طوغری حرکتی فرض و قیاس اولندقدہ
رسم ابتدیکی قوس دائمی صورتنده تحول ایدر نقطه متحرکه
(ب) مخلنده بولندیقی وقتده قوس صفر اولوب فقط
اولامرده (س) نقطه متحرکه سی برنجی (ب ح-) ربع محیطنی
قطع ابتدیکی حالده قوس مذکور $(\frac{\pi}{۲} : ۰)$ مقداری بعده
ایکنجی (ب ح-) ربع محیطنی دخی قطع ابتدیکی کبی قوسده
 $(\frac{\pi}{۲} : \frac{\pi}{۲})$ به قدر و صکره اوچنجی ربع محیطی قطع ایدنجه
 $(\frac{\pi}{۲} : \frac{\pi}{۲})$ و دردنچی ربع محیطی قطع ایله رک حرکت ابتدیکی
نقطه به عودت ایله یکی کبی $(\frac{\pi}{۲} : \frac{\pi}{۲})$ به قدر تزايد ایدر

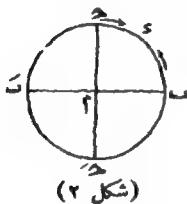
و بوجهله نقطه متحرکه ایکنجی و اوچنجی والی آخره دورلری
اجرا ایلدیجه قطع ایلدیکی مسافه نامتاهی صورتده تزايد ایلدی .
اگر (ب ح) جهته حرکتی قیاس اولنان (س) نقطه
متحرکه سنک (ب ح) عکسی جهته حرکتی نظر مطالعهیه
آلهجق اولور ایسه بو تحولده اشارت تبدل ایدوب قطع اولنان
قوس منفی اعتبار اوله رق صورت نامتاهیده تناقص ایدر زیرا
منفی بر مقدار قیمت مطلقه سنک تزايدی مقدارنجه تناقص ایدر .
بو صورتده قوس ممکن اولدینی درجه بر تحول ایله بتون
قیمتلی (- ∞) دن (+ ∞) به دکن کافه ابعادی اخذ
وقبول ایدر .

و كذلك (س) نقطه متحرکه سی مرکز (م) نصف
قطری ایله وصل ونقطه مذکوره ایله نصف قطر برلکده
حرکتده تصور اولدقدن نصف قطر من بور (ب م) زاویه
متحوله سنی رسم وزاویه مذکوره دخی ب و قوسیله مساحه
اولدیتدن قوس مذکورک عوارض مختلفه سنک ب م و
زاویه سنی دخی شمولی اوله جنی درکاردر .

۴ . — هر قنی (شکل ۱) ب و قوسی (۵) حریفله
اشعار اولنسه نقطه متحرکه بر وایکی و اوج کره محیطی
کریک مثبت و کریک منفی جهته قطع ایتدکدن صکره (س) نقطه سنی
واصل اولسه برنجی خصوصده قطع اولنان قوسلر (۲ π +
(۵) و (۴ π +) و (۶ π +) الی آخره وایکنجی

خصوصه $(- \pi ۲ +)$ و $(- \pi ۴ +)$ و $(- \pi ۶ +)$ الى آخره صورتله کوستريله سيلوب عموميتله نهايتلري $(\pi +)$ نقطه سنه منتهي اولان قوس $(\pi ۲ -)$ و $(\pi ۴ -)$ دستوريله اشعار اولنورکه $(\pi -)$ کرك مثبت و کرك منفي محيطك بر عدد تامني کوستره.

۵. - ايکي قوسك مجموع ميريلري $(\frac{\pi}{2})$ يا ۹۰° يه سادي اولور ايسه اولقوسلر بري بيرينك تمامي اولورلر. مثلا هر قني π قوسي π ايله کوستريلور ايسه تمامي اولان π قوسي $\pi - \frac{\pi}{2}$ افاده سيله ارايه اولنور.

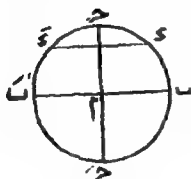


(شکل ۲)

(شکل ۲) مثلثات دائره سي اوزرنده π نقطه سي تمامي قوسلر همچون مبدأ اعتبار اولنور.

π صاغ جهته طوغري اخذ اولنان قوسلر مثبت و عكسي جهته منفي اولورلر.

π نقطه سنه نهايتنان $\pi - \frac{\pi}{2}$ و $\pi - \frac{\pi}{4}$ ايکي قوس تماميلرك مبدألري π , π نقطه لري اولورلر.



(شکل ۳)

۶. - اکر ايکي قوس متممک مبدأني $(\pi -)$ نقطه سي اوله جق اولور ايسه (شکل ۳) نهايتلري $(\pi -)$ قطرينه موازي رسم اولنان خط اوزرنده بولنور.

بناءً عليه π , π قوسلرندن π , π قوسنك متممي اولان

بَ قوسی ب و قوسنه مساوی اولدیقتدن (۵) حرفیه
اشعار اولندقد متممی (۵ — π) و تمامی (۵ — $\frac{\pi}{4}$) اولور.

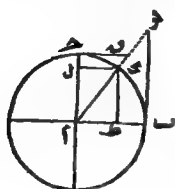
{ دوری تابعلر }

۷- . زاویه‌لری حسابیه اداخل ایتمک کوچ اولدیقتدن
مذکور زاویه‌لری تابع اولدقلری مقادیر ایله المق تصور اولمش
و بوکا دوری تابعلر نامی ویرلشدرد. بو جهته مثلثات عمومیتله
علوم ریاضیه‌نک بر شعبه‌سی اولوب موقوف علیهی دوری تابعلر
مطالعاتی حاویدر. جیب «حب». مماس «مم». قاطع «مع». .
تمام جیب «محب». تمام مماس «عم». تمام قاطع «مع». نام‌لریله
مواد سته‌دن عبارت‌درد [۵].

[۵] جیب و سهم ابن جابر طرفندن تأسیس ایدلشدرد.
مشارالیه میلادک اونبرنجی عصرنده قوم نجیب عرب مؤلفلرندن
اولوب الجزیره‌ده باتان قریه‌لیدر بو جهته اوروپالیرجه آلبانیوس
شهرتیه مشهورد هجرتک ۳۰۳ تاریخنده وفات ایلشدرد.
مماس و تمام مماس محمد بن یحیی طرفندن اختراع و اداخل اولمشدرد.
مشارالیه سوریه‌ده زادکاندن اولوب اونجی عصر میلادک هیئت
مؤلفلرندرد و ابو الوفا شهرتیه مشهورد قه دائر اتاری اوروپالیر
زدنده غایت معتبردرد.

قاطعک استعمالی رنیکوس نامیه شهرت بولمش و (فلدکیرک) لی
یوهوشم (ژوز) طرفندن وضع اولمشدرد. (۱۵۶۶) تاریخ میلادیسنده
مجارستانده وفات ایلشدرد.

(شکل ۴) بر قوسک جیبی قوس مذکورک بر نهایتندن



(شکل ۴)

مرور ایدن قطر اوزرینه دیگر نهایتندن
تنزل اولتان عمودک نصف قطره نسبتہ
اطلاق اولوب بوتقدیرجه $\frac{ط}{م}$ نسبتی
ب و قوسنک یاخود ب م و زاویه سنک
(جیبی) اولور .

وینه ب نقطه سندن ب و قوسه ب ه خط مماسی رسم
ایله م و خطی اشبو عمودله تلاق ایدنجیه دکن اخراج
اولدقدہ $\frac{ط}{م}$ نسبتہ ب و قوسنک یاخود ب م و زاویه .
سنک (مماسی) و $\frac{ط}{م}$ نسبتده (قاطعی) تمیر اولور .

بر قوسک تمام جیب و تمام مماس و تمام قاطعی قوس
مذکور تمامنک جیب و مماس و قاطعه مساوی اولوب اشبو
تابه (تمامی تابع) اطلاق اولور .

خطوط مثلثاتیہ - (شکل ۵) نصف قطر واحد فرض
اولدقدہ بوحالده بر قوسک جیبی قوس مذکورک نهایتندن
مرور ایدن نصف قطر اوزرینه دیگر نهایتندن تنزل اولتان و ط
عمودندن عبارتدر مماسی دخی قوس مذکور نهایتلرینک برندن
رسم ایدیلان خط مماسک نقطه تماسیله خط مماس مرسومک
قوسک دیگر نهایتندن مرور ایدن نصف قطرله تلاق ایتدیکی
ل نقطه سی یئنده بولتان ب ل خط مماس هندسیسندن عبارتدر .

مثلثات تابعلری نصف قدر هر نه قدر تحول ايدر ايسه بيله
ثابت قاله جنی کوريلور .

۹. — (شکل ۵) ب و قوسنک و ط جیبی و ب و قوسنک
وترتيك نصفيدر .

اشبو خاصه واسطه سياله ۴۵، ۳۰، ۶۰، ۱۸ درجلك
قوسلرك جيلارى طوغريدن طوغرييه حساب اولنه بيلور .
نصف قطرى واحد اولان دائرمد مرسوم مربع ومسدس
منتظم ومثلث متساوى الاضلاع واون ايكي ضلعلى شكل منتظمك
ضلعلرينك نصفى آلق كفايت ايدر
بو وجهله

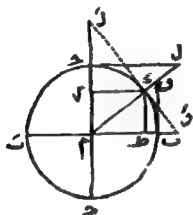
$$\begin{aligned} \text{حب } ۴۵ &= \frac{\sqrt{۲}}{۲}, \text{ حب } ۳۰ = \frac{۱}{۲}, \text{ حب } ۶۰ = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\ \text{و حب } ۱۸ &= \frac{۱}{۲}(\sqrt{۵}-۱) \end{aligned}$$

فرض مذكوره نظراً (ماده ۷) ذكرى سبقت ايدن
نسبتلى يالكز بر حده تحول ايدر ياخود كسورات مزبورده نك
مخر جبرى واحده ارجاع اولنمش اولوركه (شکل ۴) و ط ؛
ب ه ؛ م ه طوللرى ب و قوسنك مثلثات خطلرينى كوستررلر
ومثلثات انساي بوضوړه تطبيقاً نظر مطالعه به آتور .

۱۰. — اشارت مخطوط مثلثاتيه. خطوط مثلثاتيهده قارت
طرفدن تأسيس اولنمش علاماتك قاعده متوافقه سنه تابعدرلر .

مثلثات دائره سنك برنجی ربع دائره سنه نسبتله عین جهندن
داخلندن رسم اولنان خطوط مثلثاتیه مثبت و ربع مذکورک
جهت معکوسه سندن مرسوم خطوط مثلثاتیه دخی منفی اعتبار
اولور .

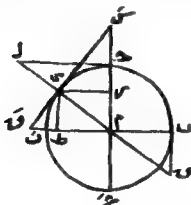
بوقدیرجه جیار و تمام قاطعار (شکل ۷) (ب) قطری
فوقده بولدقجه مثبت و تحتده بولدقجه
منفی اوله جفی کبی تمام جیار ایله
قاطعار (ح) قطرینک صاغ جهتده
مثبت وصول جهتده منفی اولدینی
کبی قاطع و تمام قاطعار قوسک نهایتی
مرکز ایله خط تماس ارسنده بولدقجه



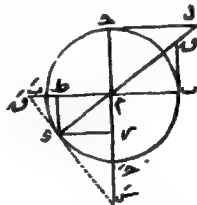
(شکل ۷)

مثبت و عکس تقدیرده منفی اولور . قاطعار و تمام قاطعار مثبت
اولدقاری حالده قوسک نهایتندن مرور ایدرلر .

(شکل ۷) ب و قوسی برنجی ربعده نهایت بولدیغندن



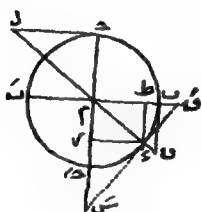
(شکل ۸)



(شکل ۹)

خطوط مثلثاتیه سی مثبت اولوب (شکل ۸) ایکنجی ربعده نهایت

بولدینی حالده و ط جیله م و تمام قاطعی مثبت و (شکل ۹)
اوجنچی ربعده نهایت بولدینی تقدیرده ب و مماسیله ج ل تمام
مماسی مثبت والحاصل شکل ۱۰ درونجی ربعده نهایت بولدینی



صورته و تمام جیله م و $۲ = ۱$
قاطعی مثبت اولورلر .

خطوط مثلثاتیته نك هربری ایکی
ربعده مثبت و دیگر ایکی ربعده منفی
اولورلر .

(شکل ۱۰)

قاطع ایله تمام قاطع م و $۲ = ۱$
وضعیتده ملاحظه اولورلر ایسه مذکور خطلر قوسك نهایتدن
مهرور ایسدکجه مثبت و عکسی تقدیرده منفی اولورلر .
تمام قاطع جیب ایله و قاطع تمام جیب ایله و تمام مماس
ایله دائماً عینی اشارته بولورلر .

{ باب ثانی }

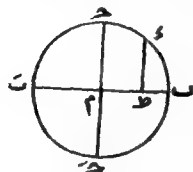
مثلثات خطلرینك تحوللری

۱۱ — جیب و تمام جیبك تحوللری

(۱) — جیب . (شکل ۱۱) و نقطه متحرکسی مبدأ

نقطه سیله منطبق بولدینی حالده قوس صفر اولغله جیبی دخی
صفر اولور . اگر (د) نقطه متحرکسی محیط اوزرنده مبدأ

نقطه سندن (ح) نقطه سه دكین تزايد ایدر ایسه قوس دخی



(شکل ۱۱)

صفر دن $\frac{\pi}{4}$ به قدر تزايد و جیبك كافه

قیمتاری صفر ایله واحد ییتده بولوب

(د) نقطه سی بو صورتله حرکت دوا

ایله (ب) نقطه سه دكین تزايد ایدر ایسه

قوس دخی ($\frac{\pi}{4}$) دن (π) به دكین تزايد

ایدوب جیب ایسه واحد دن صفره دكین تناقص ایدر و نقطه

متحرکه مذکوره (ب) نقطه سی بکهرک (ح) نقطه سه دكین

کیدر ایسه جیب منفی اولوب قوس (π) دن ($\frac{3\pi}{4}$) به قدر تزايد

و جیب صفر دن ناقص واحد دكین تناقص والحاصل قوس

مذکور ($\frac{3\pi}{4}$) دن (2π) به دكین تزايد ایدر ایسه جیب منفی

اولدینی حالده ناقص واحد دن صفره قدر تزايد ایدر . اگر

قوس مذکور محیط اوزرنده نامتاهی صورتده تزايد ایدر ایسه

(د) نقطه متحرکه سی ذکر اولسان عین قاطعه واصل اولوب

جیب دخی متعاقباً اولکی قیمتارینی اخذ ایدر .

ایمدی (د) نقطه متحرکه سی (ب ح) منفی جهته محیطی

طولاشه جق اولور ایسه فقط عکس نظامده ینه قیمت مذکوره بی

حاصل ایدر بالاجمال صفر دن صرف نظرله جیبك بتون

قیمتاری (۱ -) ایله (۱ +) یننده بولوب قوسك نهایتی

(ح) نقطه سه کلدکده جیب الك اعظم وقوس مذکور نهایتی

(ح) نقطه سه کلدکده الك اصغر اوله جق کبی قوسلرک نهایتی

برنجی و ایکنجی ربع محیط اوزرنده بولور ایسه جیلری
مثبت و دیگر ایکی ربعه منفی اولور.

(ب) (س) قوس (س) حرفیه کوسترلده حسب $\text{س} = \text{ط}$ و
اولوب نهایتی (ل) نقطه سنه کلان باجمله قوسلرک جیبی (ط) (س)
اولور.

(۲) تمام جیب. (س) نقطه متحرک سی. بدأ نقطه سنده
بولدینی حالده قوس صفر اولوب و تمام جیبی واحده مساوی
اولور اکر نقطه مذکور (ب) (س) قوسنی رسم ایدر یعنی
(۰) دن $(\frac{\pi}{2})$ به قدر تزايد ایدر ایسه (س) نقطه سی مرکز
طوغری تقرب ایدر جکندن تمام جیب (۱) دن (۰) به قدر تناقص
ایدوب قوس مذکور $(\frac{\pi}{4})$ دن $(\frac{\pi}{2})$ به قدر تناقص و قوس $(\frac{\pi}{2})$ دن
 $(\frac{\pi}{4})$ به قدر تزايد ایتدیکی حالده تمام جیب (۱ -) دن (۰) به
دکین تزايد ایدر الحاصل قوس $(\frac{\pi}{4})$ دن $(\frac{\pi}{2})$ به قدر تزايد
ایتدیکی کبی تمام جیب دخی صفر (۰) دن واحد (۱) به دکین
تزايد ایدر.

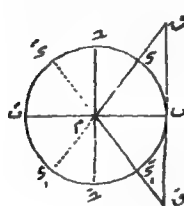
قوس مذکور محیط اوزرنده بویلهجه صورت نامتاهیده
تزايد ایتدیکجه تمام جیب دخی عین نظامده اولکی قیمتلرینی
احذ ایدر.

تمام جیب صفردن صرف نظرله (۱ -) ایله (۱ +) ایننده
تحوّل ایدر قوس برنجی و درنجی ربع محیطله منتهی
اولور ایسه تمام جیب مثبت و دیگر ایکی ربع محیطله منتهی

اولور ایسه منفی اولور. بو وجهله جیب و تمام جیب مختلف نظامله اشارت و اعظمتیته جهتلریله عین تحولات داخلنده بولورلر بو کیفیت بر قوسک تمام جیبی تمامی اولان قوسک جینه مساوی اولسیله اثبات اولنیلور.

۱۲. — مماس و تمام مماسک تحوللری

(۱) مماس. (شکل ۱۲) قوس صفر اولدینی صورتده مماس



دخی صفر اولوب قوس مذکور (۰) دن
 $(\frac{\pi}{4})$ یه قدر تزايد ایلدیکی کبی مماس دخی
 نامتاهی اولارق تزايد ایدر بو جهته (s)
 نقطه متحرکسی (p) نقطه سینه واصل
 اولدقده خط قاطع ایله خط مماس موازی
 بولنه جقلرندن مماس نامتاهی اولوب بو

(شکل ۱۲)

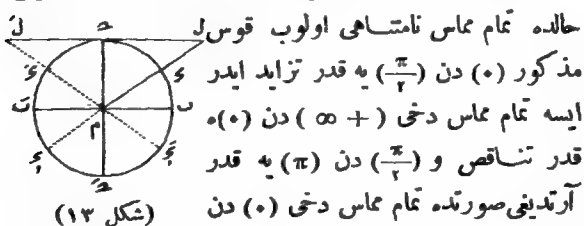
وجهله قوس (۰) دن $(\frac{\pi}{4})$ یه قدر تزايدنده مماس دخی (۰) دن
 $(+\infty)$ یه قدر تزايد ایدر واکر (s) نقطه متحرکسی (p)
 نقطه سینی تجاوز ایدر ایسه مماس ال اعظم قیمت مطلقه سینی حفظ
 ایدرک در حال منفی اولوب یعنی قوس $(\frac{\pi}{4})$ یی تجاوز ایتدیکی
 کبی خط مماس در حال $(+\infty)$ دن $(-\infty)$ یه تبدل ایدر
 قوس مذکور $(\frac{\pi}{4})$ دن (π) یه قدر تزايد ایدر ایسه مماس دخی
 $(-\infty)$ دن (۰) قدر تزايد ایدر بو تقدیرجه قوس (۰) دن
 (π) یه قدر آرتدینی کبی خط مماس دخی $(-\infty)$ دن $(+\infty)$
 (∞) یه دکن بالجمله قیمتلرینی اخذ ایدر.

واگر قوس تزايد ايتمکده دوام يعنى (2π) به قدر دائره ي سیر ايدر ايسه خط مماس دخی اولجه آلمش اولديني نظام اوزره بالمله قيمتيرني اخذ ايدرك برنجي و اوچنجي ربع دائره لرده نهايتنان قوسلرکي مثبت وديکري ايکي ربعده منفي اولور .

نقطه متحرکه کړک مثبت وکړک منفي جهتدن نصف محيطلری بر وایکي و اوچ الى آخره کړه قطع ايتدکده نصکره (s) يا خود (r) نقطه لرني کچديکي حالده رسم اولنان قوسلرکي خط مماسلری دائما (b) و (c) خطنه مساوی اولور .

(2) تمام مماس . بر قوسک تمام مماسی قوس مذکور تمامک مماسی اولديتمدن اعظمی تحولات بونده دخی ظهوره کلور تمام مماس برنجي و اوچنجي ربع دائره لرده مثبت وديکري ايتکيسنده منفي اولور .

(شکل ۱۳) ده کوسترلديکي اوزره قوس صفر اولديني



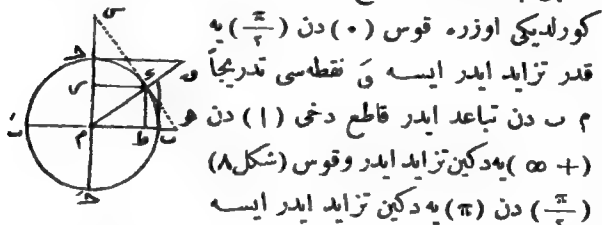
(شکل ۱۳) $(\infty -)$ به دکن تناقص ايدر اگر نقطه متحرکه (c) نقطه سنی

تجاوز ایدر ایسه تمام مماس مثبت اوله رق عین نظام اوزره ذکر اولان بالجه قیمتلریخی اخذ ایدر.

۱۳. — قاطع و تمام قاطعک تحولری

(۱) قاطع. قوس صفر ایکن خط قاطع نصف قطره

منطبق بولدیتندن قاطع $(0) = 1$ اولور (شکل ۱۴) ده



کورلدیکی اوزره قوس (0) دن $(\frac{\pi}{4})$ یه

قدر تزايد ایدر ایسه $(\frac{\pi}{4})$ نقطه سی تدریجاً

m دن تباعد ایدر قاطع دخی (1) دن

$(+\infty)$ یه دکی تزايد ایدر وقوس (شکل ۸)

$(\frac{\pi}{4})$ دن (π) یه دکی تزايد ایدر ایسه

قاطع منفی اوله رق $(-\infty)$ دن (-1) (شکل ۱۴)

دکی تزايد ایدر و نقطه متحرکه $(-)$ نقطه سنی تجاوز ایستدکی

صورته و مثلاً (شکل ۹) قوس (π) دن $(\frac{\pi}{2})$ یه دکی

تزايدنده قاطع (-1) دن $(-\infty)$ یه دکی تناقص ایدر

قوسک تزايدیله قاطع در حال $-\infty$ دن $+\infty$ تحول ایدر

الحاصل (شکل ۱۰) قوس $(\frac{\pi}{2})$ دن (π) یه قدر تزايد

ایدر ایسه قاطع مثبت اوله رق $(+\infty)$ دن $(+1)$ یه دکی

تناقص ایدرکه بو تقدیرجه قاطع (-1) ایله $(+1)$ اراسنده کی

قیمتلری اخذ ایدر.

(۳) تمام قاطع. خط مذکورک تحولی قاطعه اولدینی

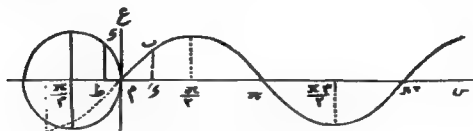
مثلاً عین وجهله جاریدر (ماده ۱۰ اشکال) کوریه جکی اوزره

تمام قاطع برنجی وایکنجی ربع محیطلرده مثبت ودیگر ایکیکنده منفی اولور .

قوس صفر اولدینی حالده تمام قاطع نامتاهی اولوب اکر قوس (۰) دن $(\frac{\pi}{4})$ به قدر تزايد ایدر ایسه تمام قاطع $(+\infty)$ دن (1) قدر تنقص وقوس $(\frac{\pi}{4})$ دن (π) به قدر تزايد ایدر ایسه تمام قاطع عکس نظام اوزره بتون قیمتلرینی اخذ ایدر $(1 +)$ دن $(+\infty)$ به دکین تزايد ایدر نقطه متحرکه $(-)$ نقطه سنی تجاوز ایتدیکی صورتده تمام قاطع در حال منفی اوله رق قوسک نهایتله مرور ایتمز وینه (π) دن $(\frac{3\pi}{4})$ به قدر تزايدنده تمام قاطع $(-\infty)$ دن (-1) به دکین تزايد ایدوب $(\frac{3\pi}{4})$ دن (2π) به دکین تزايدنده ایسه تمام قاطع عکس نظام اوزره اولجه آلمش اولدینی قیمتلی آله رق (-1) دن $(-\infty)$ به دکین تنقص ایدر قاطعه اولدینی مثللو تمام قاطع دخی -1 ایله $+1$ یکنده هیچ بر قیمت اخذ ایدر من و قیمت اعظمیسی -1 و اصغریسی $+1$ اولور .

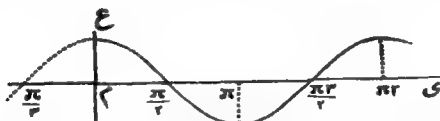
۱۴ . — مختلف فصللرده اخذ اوله رق ترسیم اولان منحنیات مثلثات تابعلرینک تحولاتی اراانه ایدر جکندن (شکل ۱۵ و ۱۶ و ۱۷ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰) ده کی منحنیات مرسومه نظر مطالعه الیه الیه یلوب مذکور منحنیار (\sin) قوسنک متعاقبا اولان مختلف طوللرینک فصللرلنده و ترتیلرده ایسه توابع متصوره نك مربوط اولدقاری قیمتار تعین ومؤخرأ دخی نقاط

متحصله ربط ایدیلرک حصوله کتورلمشدرلر. (شکل ۱۵)
(۰) ایله $(\pi/2)$ اره سنده بر قوسک جینک تحولاتی ارانه ایدر.



(شکل ۱۵) جینک تحولی

مثلا (ب) نقطه سنک (م) فصله سی (م) قوسنک محیطه
مساوی اولوب نقطه مذکور سنک (ب) ترتیبی (م) قوسنک
جیبی اولمخله $m = \pi$ ط اولور تمام جینک تحولاتی دخی
(شکل ۱۶) ایله کوسترلیدیکی اوزره عینی وجهله بولتور. وقس



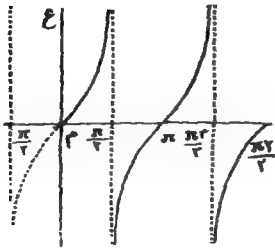
(شکل ۱۶)

علیه البواقی (مماس و تمام مماس و قاطع و تمام قاطعک تحولاتی
ایسه ۱۷ ۱۸ ۱۹ و ۲۰ شکلریله ارانه اولنمشدرلر)

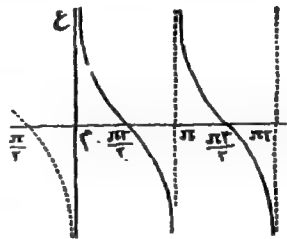
۱۵. — اجمال. مثلثات تابعلری اوزرینه اجرا ایدیلر کلان
مطالعات بروجہ آتی تنبیہات مهمہ بی انتاج ایدر.

(۱) جیب و تمام جیب (-1) دن $(+1)$ قدر و مماس
ایله تمام مماس $(-\infty)$ دن $(+\infty)$ قدر تحویل ایدرلر
فقط قاطع ایله تمام قاطع (-1) ایله $(+1)$ ییتندہ بولتان

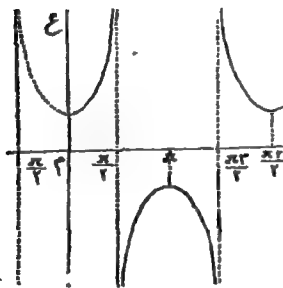
قیمتار دن ماعدا سائر قیمتاری قبول ایدرلر. مع هذا (۱ -)



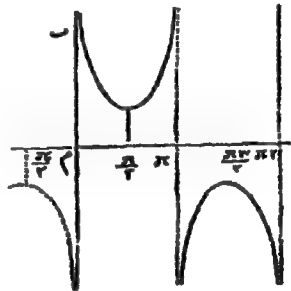
(شکل ۱۷)



(شکل ۱۸)



(شکل ۱۹)



(شکل ۲۰)

ایله (۱ +) بیننده کی کافه مقادیر جیب و تمام جیب کی نظر اوله سیلوب بالجه مثبت و منفی مقدار لر مماس و تمام مماس الی آخره مثللو نظر اوله سیلور.

(۲) بر نسبتک اشارتی عکس ترینک دخی اشارتک عینی اوله رق تمام قاطع دائما جیبک اشارتی حفظ ایده جکی کی تمام

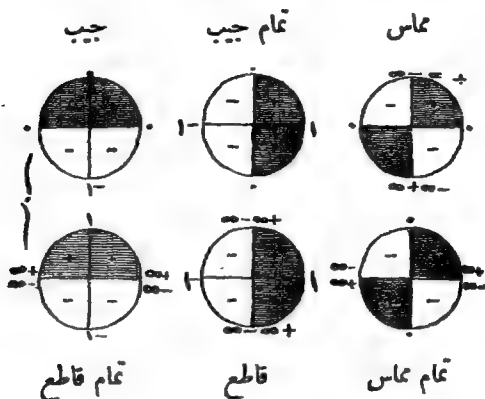
ماس ماسك وقاطع تمام تمام جيڪ اشارتي حائر بولنور ايسده
 فقط قيمتر تزايد ومخالف جهنده تناقص ايدرلر از جمله جيڪ
 تزايدنده تمام قاطع تناقص ايدر. االى خيره

(۳) بر قوس برنجي ربع محيط داخلنده نهايتنور ايسه
 مثلثات خطرينك كافسي مثبت ايكنجي ربع محيطده نهايتنديكي
 صورته يالكر جيب وتمام قاطع مثبت اولوب اوچنجي ربع
 محيطده نهايتنديكي حالده ماس وتمام ماس مثبت ودر دنجي ربع
 محيطده نهايتنديكي كي قاطع وتمام جيب مثبت اولمغه بناء عليه
 خطوط مثلثايدن هر برى ايكي ربع دائرده مثبت وديكر ايكي
 ربع دائرده منفي بولنور.

مطالعات مذكوره بوجه آتي جدول وشكلده اجمال
 اولمشد.

{ مثلثات خطرينك تحولريني بيلدير جدولدر }

قوس ۵	۰	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$	4π
حس	۰	ترايدي	۱	تناقصي	۰	ترايدي	۱	تناقصي	۰
محب	۱	تناقصي	۰	ترايدي	۱	تناقصي	۰	ترايدي	۱
ماس	۰	ترايدي	$\infty +$	ترايدي	۰	ترايدي	$\infty +$	ترايدي	۰
تمام ماس	∞	تناقصي	۰	تناقصي	$\infty +$	تناقصي	۰	تناقصي	$\infty +$
قاطع	۱	ترايدي	$\infty +$	ترايدي	۱	ترايدي	$\infty +$	ترايدي	۱
تمام قاطع	∞	تناقصي	۱	ترايدي	$\infty +$	تناقصي	۱	ترايدي	$\infty +$



باب ثالث

{ خط معلومه توافق ایدن قوسلر }

۱۶. — اعطا اولنان بر قوسك هر خصوصده يالكر
 بر مثلثات خطی اولوب فقط بالعكس معلوم بر مثلثات خطك
 نامتاهی قوسلری وارد شمدی مثلثات خطلرینك هر بر یله
 متناسب قوسلری اعطا ایدن دستورلری تعیین ایتك ایجاب ایدر.
 هر قتی بر (۵) قوسنك اول جیب و تمام قاطعی معلوم
 فرض و قیاس اولندقد.

همانسه مساوی با جمله قوسلر $\pi + \omega$ دستورنده موجوددر.
 تنیه — جیلری یاخود تمام قاطعلری مساوی اولان قوسلر
 رَ قطرینه موازی و ترك نهایترینه منتهدر. تمام جیب
 و قاطعلری مساوی اولان قوسلرده $\frac{\pi}{2}$ قطرینه موازی و ترك
 نهایترنده منتهدرلر. والحاصل همانس و یاخود تمام همانسری مساوی
 اولان قوسلر عینی قترك نهایترینه منتهدرلر.

❧ باب رابع ❧

{ خطوط مثلثاتیه نك بعض قوسلر ایله اولان مناسباتی }

۱۹۰ — (۱). مشترك المبدأ قوسلره محیطك هر قنئی
 مثلی ضم و یاخود طرح اولنسه اقواس متحصله نك نهایتری
 (ماده ۴) متحد اوله جقلرندن خطوط مثلثاتیه سی تحول ایتمز
 زیرا مذکور قوسلرك نهایتری متحددر.

امدی هر قنئی بر قوس (۵) حرفیله اشعار اولنسه بروجه
 زیر دستورلر ایله افاده اولنورلر.

حب (۲ و $\pi + \omega$) = حب (۵)، محب (۲ و $\pi + \omega$) = محب (۵)
 مم (۲ و $\pi + \omega$) = مم (۵)،
 مم (۲ و $\pi + \omega$) = مم (۵)،
 مع (۲ و $\pi + \omega$) = مع (۵)،
 مع (۲ و $\pi + \omega$) = مع (۵)

۲۰. — الحاصل (شکل ۲۴) بر برینک متممی اولان

(ب ز) و (ب ز) قوسلری (ماده ۶)
 (ب ب) قطرینه موازی و ترك نهایتلرنده
 منتهی بولنه رق ط، ط جیلری و (۲ ۵)
 و (۲ ۵) تمام قاطعلری بر برینه مساوی
 و اشارتلی ممائل اولوب بونلرك غیری اولان

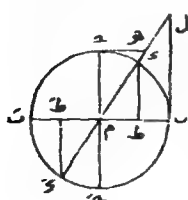
مثلثات خطلری مساوی مقدارده و مختلف اشارتده بولورلر.
 امدی بر قوس متممیه وضع ایدیلر جك اولور ایسه مثلثات
 خطلری قیمتلرینی دکشدیرمیوب جیب و تمام قاطع مستثنا اولدینی
 حالده اشارتلی تبدل ایدر.

بو صورتده

حب (ب - π) = حب، حب (π - ب) = حب — حب،
 مم (ب - π) = مم — مم، مم (π - ب) = مم — مم،
 مع (ب - π) = مع — مع، مع (π - ب) = مع — مع، دستورلری
 تشکل ایدر.

۱۲. — بر نصف محیط ایله تحول ایدیریلان

(ب ز) و (ب ز) قوسلری قطراً قارشولقلی
 واقع اولوب اشبو قوسلرك اشارات
 و قیمتلری تبدل ایتمیان (ب ل) مماسیه
 (ح ۵) تمام مماسی مستثنا اولدینی حالده
 خطوط مثلثاتیة سائرہ سی قیمتجه دکشمز.
 لرسده اشارتجه تبدل ایدرلر.

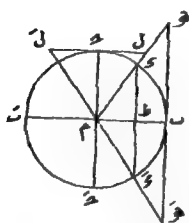


(شکل ۲۵)

امدی بر نصف محیط ایله تحول ایتدیریلان بر قوسک مماس
و تمام مماسی قیمت و یا اشارتجه دکشمیوب سائرلری عین قیمته
و مختلف اشارتده بولنورلر.

حب $(\varpi + \pi) = -$ حب ϖ ، محب $(\varpi + \pi) = -$
محب ϖ ، مم $(\varpi + \pi) =$ مم ϖ ، مم $(\varpi + \pi) =$ مم ϖ ، مع
 $(\varpi + \pi) = -$ مع ϖ ، مع $(\varpi + \pi) = -$ مع ϖ ، مثلاً
تحریر اولنه بیلور.

۲۲. — (شکل ۲۶) قیمتلی مساوی و اشارتلی مختلف



(شکل ۲۶)

اولان (ب س) و (ب ل) قوسلری (ح ح)
قطرینه موازی وتر نهایترینه منتهی
اولدقلرندن م ط تجیبی ایله $ام = ام$
قاطعدن ماعدا خطوط مثلثاتی سائرمنک
قیمت مطلقه لری مساوی و اشارتلی
مختلف اوله رق بولنور.

بو صورتده بر قوسک اشارتی تبدل ایدر ایسه مثلثات
خطلری قیمت مطلقه و اصله لرینی محافظه ایدوب (تمام جیب
ایله قاطعی مستثنا اوله رق) اشارتلی تبدل ایدر.

شویله که حب $(\varpi -) = -$ حب ϖ ، محب $(\varpi -) =$
 $=$ محب ϖ ، مم $(\varpi -) = -$ مم ϖ و مم $(\varpi -) =$
 $-$ مم ϖ ، مع $(\varpi -) =$ مع ϖ ، مع $(\varpi -) =$
مع ϖ

۲۳. — بر قوسك برنجی ربع دائریه ارجاعی

برنجی ربع محیطده خطوط مثلثایه اشارت نردن صرف نظر اخذه قابل اولدقاری كافة قیمتلرینی آلورلر بر قوسی برنجی ربع دائریه ارجاع ایتمك قوس مذکورك (°) ایله (۹۰) میاننده بولسان قوسی تقدیر ایتمك دیمك اولوب ربع مذکور قوس معلومك قییمب مطلقده مثلثات خطلرینی حاوی بولنور.

مثلاً ۱۵۳۷° درجه لك بر قوس درت محیط یاخود (۱۴۴۰°) ایله ۹۷° درجه مجموعندن عبارت اولوب امدی قوس مذکورك مثلثات خطلری (۹۷) درجه لك قوسك مثلثات خطلرندن عبارت اولغله اشیو قوسك متممی (۸۴) درجه لك قوس اولدیقندن بوصورتنده (ماده ۱۵)

$$\text{حب } ۱۵۳۷^{\circ} = \text{حب } ۹۷^{\circ} = \text{حب } ۸۴^{\circ}$$

$$\text{مح } ۱۵۳۷^{\circ} = \text{مح } ۹۷^{\circ} = \text{مح } ۸۴^{\circ}$$

$$\text{م } ۱۵۳۷^{\circ} = \text{م } ۹۷^{\circ} = \text{م } ۸۴^{\circ}$$

بوجمله بر قوسك برنجی ربع دائریه ارجاعنده قوس مذکور دن ۳۹۰ درجه نك ممکن اولدینی قدر تقیصنه سی اولنرق بوندن متباقی قوس قنی ربعده نهایت بولدینی معلوم اولوب بوجتهله مثلثات خطلرینك اشارت معینه سی تخصیص ایدیله بیلور متباقی مذکوره (۹۰) درجه دن کوچك بولس دینی وقت قوس معینه طوغریدن طوغریه بیان اولنور (۹۰) دن بیوك اولدینی صورتده متممی آلق ایجاب ایدر واکر متباقی

مذکورہ (۱۸۰°) ی متجاوز بولنور ایسہ متمعی آلمزدن اقدم
اول امرده قوس مذکوردن (۱۸۰°) بی طرح ایتک اقتضا ایدر.

{ تطبیقات }

$$(۱) \quad \frac{\pi}{۳۰} \text{ و } \frac{\pi}{۱۶} \text{ قوسلرینی درجه ایله افاده ایتک.}$$

π محله درجه حسنندن قیمتی اولان ۱۸۰° وضع اولندقمده
 $\frac{۱۸۰ \times ۱۲}{۳۰} = ۷۲^\circ$ و $\frac{۱۸۰ \times ۲}{۱۶} = ۲۲,۴۰^\circ$ اولور.

(۲) $۲۴۸^\circ, \frac{\pi}{۸}$ و $۱۷^\circ, \frac{\pi}{۲}$ لك قوسلرك تماملرینی
و متمملرینی تعیین ایتک.

۹° و ۱۸۰° ایله اولان تفاوت اخذ اولندقمده

تماملری — ۱۵۸° — $۶۷,۳۰^\circ$ و $۱۵۷,۴۳^\circ$

متمملری — ۶۸° و $۲۲,۳۰^\circ$ و $۲۴۷,۴۳^\circ$ اولورلر.

(۳) ۱۲۰° و ۱۳۵° و ۱۵۰° و ۱۶۲° درجه لك قوسلرك جیب

و تمام جیلرینی بولوق. هر قوسك جیبی (ماده ۹) متممك جینه

مساوی اولدیغندن $\text{حب } ۱۲^\circ = \text{حب } ۱۶۲^\circ$ $\frac{۱}{۲} \sqrt{۳} = ۶^\circ$

$\text{حب } ۱۳۵^\circ = \text{حب } ۴۵^\circ = \frac{۱}{۲} \sqrt{۲}$

$\text{حب } ۱۵۰^\circ = \text{حب } ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$

$\text{حب } ۱۶۲^\circ = \text{حب } ۱۸^\circ = \frac{۱}{۴} (۱ - \sqrt{۵})$

(۴) ۹° و ۱۵۰° درجه لك قوسلرك تمام جیبی بولوق.

بر قوسك جیبی تمامك تمام جیبی اولدیغندن ۳° و ۹°

درجه لك قوسلك جيبي يازيله جق اولور ايسه محب $\frac{1}{4} = ۶۰^\circ$
محب $۱۵۰^\circ = \frac{1}{4} \sqrt{2}$ اولور.

(۵) محب $۵^\circ = \frac{1}{4}$ و محب $۵^\circ = \frac{1}{4}$ اولق اوزره

(۶) ايله (۵) درجه ييتنده اولان قوسلريني تعيين ايتمك.

اولا تمام جيبي $\frac{1}{4}$ اولان الك كوچك مثبت قوس ۶۰° ياخود
 $\frac{\pi}{3}$ اولوب سائر قوسلرده ۲ و $\pi + ۶۰^\circ$ دستوري داخلنده
بولمغله و ايجون ۰ و ۱ قيمتلى وضع اولندقمه

$۶۰^\circ, ۳۰^\circ, ۴۵^\circ$ قوسلى بولنور

ثانياً محب $۵^\circ = \frac{1}{4}$ معلومندن محب $۵^\circ = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

و بوزادن $۵^\circ + ۵^\circ$ اوله رق سبق ايدن دستورده و محله
(۰) و (۱) وضع ايله ۵° و ۲۲۵° و ۳۱۵° و ۹۵° قوسلى بولنور.

(۶) (شكل ۲۷) (ب) قوسنه ($\frac{\pi}{4}$) مقدارى ضم اولنسه

حاصل اولان (ب) قوسى برنجى قوسك $ل$
تمامى اولور. امدى (م) و (ط) و (م) و (ط)
وينه م ب ل م ح ه مثلث قائم الزاويه
لرى مساوى اولدقلرندن و كذا م ب ل
م ح ه مثلث ريديخى مساوى اولدقلرندن (شكل ۲۷)

(ب) قوسنك خطوط مثلثاتيهسى قيمت عدديه لريله تمامى
اولان (ب) قوسنك خطوط مثلثاتيهسسه مساوى ايسه لرده
قطر برنجى قوسك (م ط) تمام جيبي و (م ل) قاطبي

ایکنجی قوسك (ء مَ) (م ه) تمام قاطعی عین اشارتده بولندقلرن خصوص مذکوردن مستتادر .

($\frac{\pi}{4}$) مقدارینك (ب د) قوسندن طرحنده دخی ذکر اوئنان صورتك عینی حصوله کهور .

امدی بر قوسه ($\frac{\pi}{4}$) مقداری ضم ویا قوس مذکوردن اولمقدار طرح ایدیله جك اولور ایسه مثلثات خطیری تمامیری اولان قوسلرك مثلثات خطیرینه تبدل ایدوب قوس معلومك تمام جیب و قاطعی مستتا اولدینی حالده مختلف اشارت اخذ ایدرلر .
بو جهته :

$\frac{\pi}{4} +$ قوسنك تمامی $-$ اولدیفندن $+ \frac{\pi}{4}$ ایله $-$ قیمتجه مساوی ایسه لرده اشارتجه مغایردرلر .

$$\text{حب} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{حب} \left(- \right) = \text{حب} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{حب} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{حب} \left(- \right) = \text{حب} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{عم} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{عم} \left(- \right) = \text{عم} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{عم} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{عم} \left(- \right) = \text{عم} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{فع} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{فع} \left(- \right) = \text{فع} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{فع} \left(\frac{\pi}{4} + \right) = \text{فع} \left(- \right) = \text{فع} \left(\frac{\pi}{4} \right)$$

اولوب اکر طرح اوله جق اولور ایسه کذا عینی حال کوریلور .



ایکنجی فصل

{باب اول}

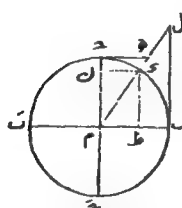
« مثلثات دستورلری »

برقوسک خطوط مثلثاتیسی آراسنده اولان مناسبات

۲۴ — اساسی دستورلری. برقوسک خطوط مثلثاتیسی ایچون مثلثاتک دستورات اساسیه سی تاسیس ایدن مختلف بش دستور واردرکه هر بررلری بروجه آتی استخراج اولنور .

(شکل ۲۸) برنجی ربع محیطده مأخوذ (ب و س) قوسی (۵)

حرفیه ارئه اولندقدن قوس مذکورک ل
نصف قطر ایله جیب و تجیندن متشکل
(۲ و ط) مثلث قائم الزاویه سندن (س ط ا)
 $+(۲ ط ا) = (۲ و ا)$ یاخود $ص = ۵$
 $= ۱$ (۱) اولور .



(۲ ل ب) و (۲ و ط) مثلثرینک

مشابهتدن $\frac{ب}{ل} = \frac{ط}{ص}$ یاخود $ص = ۵$ $\frac{ص}{ب} = \frac{ط}{ل}$ (۲)

و $\frac{ل}{ب} = \frac{ط}{ص}$ یاخود $ص = ۵$ $\frac{۱}{ص} = ۵$ (۳) وکذا

(۲ ه ح) و (۲ و ک) مثلثرینک مشابهلرنن

$$(۴) \quad \frac{۱}{۵} = \frac{۵}{۵} = ۵ \text{ یا خود مم } \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

$$(۵) \text{ اولور. } \frac{۱}{۵} = ۵ \text{ یا خود هع } \frac{۱}{۲} = \frac{۵}{۲}$$

۲۵ - دستورات اساسیك تعمیمی. (ب) قوسی برنجی ربع محیط داخلنده فرض و قیاس ایدلمشدی فقط ذکر اولنان اساس دستورلرینك هر قنی بر قوس ایچون دخی صحیح اولدقلری قولایانله تفتیش اولنهیلور.

فی الحقیقه مثلثات خطلرینك اخذ ایتدکلی قیم مطلقه لری (ماده ۲۳) برنجی ربع محیطده انان قوسك قیمت مطلقه لری نه نظر آمتحول دکللرایسده اشارتلرینی تفتیش و تحقیق ایتک کافیدر. بوحالده (۱) دستوری یالکز قیمت اصلیه مثبته صربعلریخی حاوی اولدینندن هر صورتله صحیحدر.

ماس و تمام ماس برنجی و اوچنجی ربع محیطلرده مثبت و دیگر ایکسینده منفی اولور که افاده مذکورده بی (۲) و (۴) دستورلری دخی تأیید ایدرلر زیرا جیب و تمام جیب برنجی و اوچنجی ربع محیطلرده عین اشارتده اولوب دیگر ایکی ربع محیطده عکسی اشارتده بولور.

الحاصل (۳) و (۵) دستورلری کذلک عمومیدرلر چونکه قاطع ایله تمام جیبك و تمام قاطع ایله جیبك اشارتلی عمتلدر.

۲۶ - ذکرلی مسبق بش اساس دستورلری ترکیب ایدیلهرک بر قوسك مثلثات خطلرنندن یالکز بریسنك معلوم

اولمسیله پك چوق دستورلر استخراج ایدیله بیلور از جمله ۲ و ۳
رقملى مناسبات طرف طرفه ضرب اولندقده مم ۵ عم ۵ =

$$۱ \text{ یا خود عم } ۵ = \frac{۱}{۵} \text{ مم اولور.}$$

اشبو دستور تمام مماسك مماسك عكسى ترتینه مساوی
اولدیغنی کوستر .

کذا ۳ و ۵ رقملى دستورلر قاطع تمام جیك عكسى ترتینه
و تمام قاطع جیك عكسى ترتینه مساوی اولدقلىنی ارائه ایدرلر.
امدی بر عددك عكسى ترتیهله مستطیلی واحد اولدیغندن
بر قوسك التی عدد ثلاث خطلریك حاصل ضربلری واحد
اولور چونكه مذکور خطلر ایکیشر ایکیشر معکوسدرلر .

۴ رقملى مناسبات واسطه سیله ۲ رقملى مناسباتدن

مم ۵ = حب ۵ مع ۵ مثلاً یازیله بیلوب اصل خطلر
ییتنده موجود مناسباتی تاسیس ایدر .

و کذا مم ۵ = محب ۵ مع ۵ یازیلوب تمامی خطلر ییتنده
موجود مناسباتی تاسیس ایدر .

وبونلردن بشقه شکل ۲۸ (۲ ب ل) مثلث قائم الزاویه.
سندن ۱ + مم' ۵ = مع' ۵ و (۲ ح ه) مثلث قائم الزاویه.
سندن دخی ۱ + مم' ۵ = مع' ۵ دستورلری تشکیل اولنور
ایسهده فقط اشبو ایکی دستور بوندن اولکی دستورلرده داخل
اولدیغندن نادراً استعمال اولنورلر .

۲۷ — خطوط مثلثاتی سه ااره سندره بر وجه بالاییه دستور دوه
زیاده بولنه ماز.

چونکه بر قوسك مثلثات خطلرندن بری معلوم اولدقده
مذكور قوسك سائر مثلثات خطلری تعیین اولنورلر بو جهته
بری معلوم بولنیدن حالده مجهول اولان دیگر بش دستور
استخراج اولنه بیلیمك ایچون الی مثلثات خطی ااره سندره مستقل
بش مناسبت موجوددر اکر بو دستورلردن بر دیگریده بولنسه
ایدی یونك اوزرینه الی عدد مثلثات خطلری الی معادله ایله
آیری آیری بولنور واولوقت هر برینك منسوب اولدینی قوسه
کوره بالکتر مطلق بر قیمتی اولور ایدی بو ایسه غیر مقبول
و مناسبتسز بر صورتدر.

۲۸ — خطوط مثلثاتی دوه بریمی واسطه سید بر قوسك سائر
مثلثات خطلری. خطوط مثلثاتی دهن بری معلوم اولدقجه بر قوسك
سائر خطوط مثلثاتی سی اساس دستورلری واسطه سیله استخراج
اولنه بیلوب (۱) رقلی دستور تجیب تابعنه نظراً جیبی ویا خود
جیب تابعنه کوره تجیبی اعطا ایدر بو بایده

$$\text{حب} = \sqrt{+1} - \text{حب}^2$$

$$\text{حب} = \sqrt{+1} - \text{حب}^2$$

اشبو خطلر معکوسلری وانلرک خارج قسمتی خطوط
سائرهمی اعطا ایدر.

مار الذکر تحصیل اولنان ضعف قیمت بالسہولہ تفتیش
اولنہ بیلور چونکہ برنجیب معلوم اشارتہری مختلف مساوی
قوسلرہ توافق ایدر امدی مذکور قوسلرک جیلری مساوی
واشارتہری مختلفدر بو حالہ حب ۵ خطی محب ۵ تابعیلہ
افادہ اولندقدہ مذکور نتیجہ تعین ایدر .

وبومثللو برجیب معلومک توافق استدیکی متمم قوسلرک
تمام جیلری مساوی فقط اشارتہری مخالفدر .
تجیب ۵ خطی جیب ۵ تابعیلہ افادہ اولندقدہ مار الذکر
ضعف قیمت تعین ایدر .

برقوسک محاسن تابعیلہ قوس مذکورک خطوط مثلثاتہ سنک
افادہ سی

$$\frac{1}{\text{مم}} = \text{مم} \quad (\text{دستور ۴})$$

$$(\text{دستور ۲}) \quad \frac{\text{حب}^2}{\text{حب}} = \frac{\text{مم}^2}{1} \quad \text{دستور لریخی تربیع ایلہ}$$

$$\frac{\text{حب}^2}{\text{حب}} = \frac{\text{مم}^2}{1} \quad \text{مثللو تحریر اولنہ بیلور .}$$

امدی کسرلرک مخرجلرینہ کندی صورتہری ویا صورتہری
مخرجلری ضم اولندقدہ

$$\begin{aligned} \frac{\text{حب}^2}{\text{حب}^2 + \text{حب}^2 + 1} &= \frac{\text{مم}^2}{\text{مم}^2 + 1} \quad \text{یا خود} \\ &= \frac{\text{حب}^2}{\text{حب}^2 + \text{حب}^2 + 1} = \frac{\text{مم}^2}{\text{مم}^2 + 1} = \frac{\text{حب}^2}{1} \end{aligned}$$

$$\frac{\omega^2 m + 1}{1} = \frac{1}{\omega^2 \text{ محب}} \text{ یا خود } \frac{\omega^2 m + 1}{1}$$

معادله‌ای حاصل اولوب بونلردن

$$(۶) \quad \frac{\omega^2}{\omega^2 m + 1} = \omega \text{ محب}$$

$$(۷) \quad \frac{1}{\omega^2 m + 1} = \omega \text{ ومحب}$$

دستورلری تحصیل اولنور.

$$\frac{1}{\omega} = \omega \text{ مع} \quad \frac{1}{\omega} = \omega \text{ محب} \quad \text{الحاصل}$$

دستورلرنده (حـب) و (محـب) یـرینه (۶) و (۷) دستور-
لرنده کی قیمتاری وضع اولنور ایسه

$$\frac{\omega^2 m + 1}{\omega} = \omega \text{ مع}$$

$$\frac{\omega^2 m + 1}{\omega} = \omega \text{ مع}$$

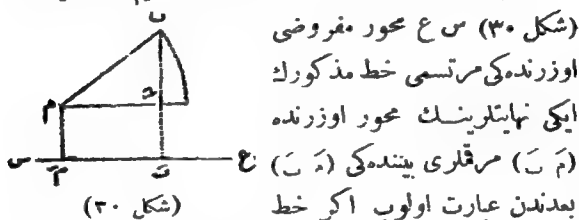
دستورلری حاصل اولور.

(مع) دستوری (۲ ب ل) مثلث قائم الزاویه سندن
طوغریدن طوغری به تحصیل اولنه بیلور و اشیو نسبت مستحصله ده
(مع) محله مساویسی اولان $\frac{1}{\omega}$ وضع اولنه جق اولور
ایسه ینه (۷) رقلی دستور تحصیل اولنور.... الخ.

﴿ باب ثانی ﴾

مرتسمات

۳۰. — مرتقی بر (م ب) خط مستقیم محدودینک



(شکل ۳۰) س ع محور مفروضی

اوزرنده کی مرتسمی خط مذکورک

ایکی نهایترینک محور اوزرنده

(م ب) مرتقری ییننده کی (ا ب)

بعدندن عبارت اولوب اگر خط

مستقیم مفروضک محوره اولان میلنه احتیاج حاصل اولور ایسه نهایترینک برندن حرکت ایدن بر نقطه متحرکه استقامتمده کی جهت اعتبار اولنق لازم ایسه ده جهات متعدده دن برینک انتخابنده کی ملاحظه بی بر طرف ایتک ایچون خط مستقیمک حرکت نقطه سندن محوره موازی بر خطک رسمی فرض اولنوب تشکلی تصور اولسان زاویه خطک کن دیسیله موازی ییننده حصوله کلان زاویه اولور بناء علیه (شکل ۳۱) م نقطه سندن اعتباراً (م ب ح د ه) جهتمده قطع اولنمش ذو کثیر الاضلاع ضلعلرینک (س ع) محوریله تشکیل ایلدکلری زاویهلر (م)، (ه)، ط، ی) زاویهلرندن عبارت اولور.

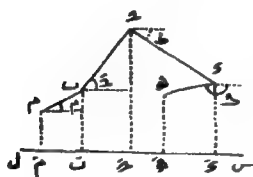
۳۱ — دعوی اساسی . بر خط مستقیم محدودک مرتسمی

خط مذکور طولك استقامتی جهته مرتسم محوریله تشکیل ایلدیکی زاویه تجیهله مستطینه مساوی اولور.

فی الحقیقه (شکل ۳۰) (۲ ب) خط مستقیم مفروضك (۲) نقطه سندن (س ع) محوریله موازی (۲) رسم اولندقد. موازی مذکور (ب ج) خطك مرتسمی اولان (م ب) خطله مساوی اولوب لكن $\frac{۲}{م} =$ محب ج م ب اولغله $م ب =$ محب ج م ب اولور.

نتیجه — برهك قائم الزاویه ضلع قائمردن هربری وتر قائمهك مجاور زاویه تمام جینه ویاخود مقابل زاویه جینه ضربنه مساوی اولور.

۳۲. — دعوی. (شکل ۳۱) هر قنی (۲ ب ج د ه)



(شکل ۳۱)

ذو کثیر الاضلاع چوره سنك (س ع) محوری اوزرینه دوشن مرتسمی نقطه متحرکهك مبدأ ایلله انتهایه موصول خطك مرتسمه مساوی اولور.

زیرا ے زاویه سی منفرجه اولدیقندن تمام جیبی منفی اولغله (ه ل) خطك مرتسمی دخی بالطبع منفی اولور بو حالد. ذو کثیر الاضلاع چوره سنك مرتسمی $م ب + ج د + د ه - ه ل$ مجموعنه یاخود (۲) نقطه متحرکه سیله (ه) نقطه مواصله سی بیتنه وصل اولنان خطك (م ه) مرتسمه مساوی اولور.

حب ط بولمقله مساوات مذکوره محللینه وضع اولمقرق
 محب (ط + ط) = محب ط محب ط — حب ط حب ط
 (ل) دستوری تحصیل اولور.

واشیو (ل) دستورنده (ط) محله (ط — ط) وضع اولدقدده
 محب (ط — ط) = محب ط محب (ط — ط) — حب ط حب
 (ط — ط) دستوری تشکل ایدهرک بوحالده (ماده ۲۲) محب ط =
 محب (ط — ط) و حب (ط — ط) = — حب ط اولدقلرندن
 بوسورتده

محب (ط — ط) = محب ط محب ط + حب ط حب ط
 اولور. وکذا م ط نک م ع محوری اوزرینه دوشن مرتسمی
 م ح ط خطلرینک مرتسملری مجموعنه مساوی اولدیغندن
 بوحالده

م ط نک مرتسمی م ک یاخود حب (ط + ط) اولور.
 مرتسم م ح = م ح محب ح م ع = م ح حب ط
 = محب ط حب ط

مرتسم ح ط = ح ط محب ط ح ا اولور. حالبوکه
 ط ح ا زاویه سی ضلعلرینک نظیر نظیره عمود اولمسندن
 زاویه نه مساوی اولقله بوحالده

مرتسم ح ط = حب ط محب ط اولور
 بوتقدیرجه

حب (ع + ط) = حب ع محب ط + حب ط محب ع
(و) بولور .

ط محله — ط قونيلهرق

حب (ع - ط) = حب ع محب ط - حب ط محب ع
(ك) بولور .

تبيه — ل ، ه دستورلرنده ع محله $\frac{\pi}{4}$ + ع قونيلهرق
(و، ك) دستورلری بتكرار تحصيل اولتورلر .

محب $(\frac{\pi}{4} + ع + ط)$ = محب $(ع + \frac{\pi}{4})$ x
محب ط — حب $(ع + \frac{\pi}{4})$ حب ط اولوب بوحالده
(تطبیقات ٦)

محب $(\frac{\pi}{4} + ع + ط) = -$ حب $(ع + ط)$
و محب $(\frac{\pi}{4} + ع) = -$ حب ع و حب $(ع + \frac{\pi}{4})$
= — محب ع اولدقلرندن بوضورته

حب (ع + ط) = حب ع محب ط + حب ط محب ع
اولور (ع)

الحاصل اشبو (ع) دستورنده (ط) يرينه (— ط) وضع
اولدقده حب (ع - ط) = حب ع محب ط — حب ط
x محب ع اولور (ح)

دائمی صورتده استعمال اولتان اشبو دستورات اربعه شو
وجهله بیان اولتورلر .

$$\text{حب } (\text{ط} + \text{ط}) \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} + \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \dots\dots (۸)$$

$$\text{حب } (\text{ط} - \text{ط}) = \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} - \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \dots\dots (۹)$$

$$\text{حب } (\text{ط} + \text{ط}) = \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} - \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \dots\dots (۱۰)$$

$$\text{حب } (\text{ط} - \text{ط}) \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} + \text{حب } \textcircled{\text{ط}} \text{ حب } \textcircled{\text{ط}} \dots\dots (۱۱)$$

تنبیه ۲ — بواصول ۳۱ ماده سی واسطه سیاه ظهور ایدوب
تحصیل اولتان دستور لر (ط) و (س) نقطه لرینک موقعی زرده
اولورسه اولسون هیچ بر مناقشه احداث ایتمزلر.

﴿ باب ثالث ﴾

۳۴. — ابئی قوسک مجموع ویا فضلنک فطوط مثله نیه سی.
ایکی قوسک جیب و تمام جیلری معلوم ایکن قوسین مذکورین
مجموع ویا فضلنک جیب و تمام جینی تعین ایتمک
ایکنجی اصول (شکل ۳۳) حل هندسی. $\text{ب} = \text{س}$,
 $\text{س} = \text{ط}$ قوسلری فرض اولندقه $\text{ب} = \text{و} = \text{ط} + \text{ط}$
اولوب و (۲ ب) و (۲ س) خطلری رسم و (۲ س) خطی اوزرینه
(= و) عمودی تزیل و (۲ ب) نصف قطری اوزرینه (و ح) ,

(س،) و (ج، ل) عمودلری و (ی ح) خطی اوزرینه دخی ح ط
عمودی ترسیم ایدلده بو صورتده

$$\text{حب } (س + ط) = ی ح = ج، ل + ی ط \quad (١)$$

$$\text{مح } (س + ط) = م، ل = ل، م - ل، ل = ج، ل - ل، ل = ج، ل$$

(٢) اولورلر.

ج، ل، ی ط، م، ل، ح ط مثلثات خطلرینک تعیین
ایچون دخی (ی ح، ط) و (م، س،) مثلثلرینک مشابهندن

$$\frac{س}{ج، ل} = \frac{ح ط}{ی ح} = \frac{ی ط}{م، ل}$$

اولوب بورادن

$$ی ط = ی ح، م، س \times ح ط$$

$$ح ط = ح، س، ی \times ی ح = ح، ی ح ط$$

اولور.



وینه م، ج، ل، م، س، مثلثلرینک مشابهندن

$$\frac{س، ل}{س، م} = \frac{م، ل}{ی ح} = \frac{ی ط}{س، ی}$$

اولغله اشبو تناسبدندخی

$$ج، ل = س، ی \times ی ح = ح، ی ح ط$$

م، ل = م، س، ی \times ی ح = ح، ی ح ط اولدیقدن
اشبو قیمتار ١ و ٢ رقابله اشعار اولتان معادله لرده محله
وضع اولدقلرنده

$$\text{حب } (س \times ط) = ح، ی ح ط + ح، ی ط$$

(٨)

(ماده ۲۲) ط محله (— ط) وضعیه

مح (ط + ط) = مح ط + مح ط — مح ط + مح ط

(۹)

مح (ط — ط) = مح ط + مح ط + مح ط + مح ط

(۱۰)

بواصول ایله تحصیل اولسان دستورلرک عمومیتی دیگر
ربعلرده صحتی اثباتله تأسس ایدر حالبوکه برنجی اصول بو اثباتی
غیر مقتضیدر چونکه تعیین اولنان قوسلر ایچون موقع انتخابی
ایجاب ایتمز .

مذکور دستورلر بروجه زیر دها بسیط اوله رق استخراج اولنور .
داخل دائره ده مرسوم ذوار بمة الاضلاعک (نظری عملی هندسه)
قطرلرینک حاصل ضربی مقابل ضلعلرینک حاصل ضربلری مجموعته مساوی
اولدیفندن (شکل ۳۴) ب ، وتری نصف قطری واحد اولان دائره نک
قطری اولدیفنته نظراً

ه ب = ط ، د = ط ، ب = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

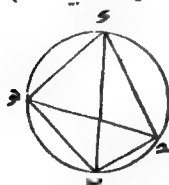
ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)

ه = ط ، ب = ط ، د = ط ، ط فرضیه (ماده ۹ و ۲۲ تطبیقات ۶)



(شکل ۳۴)

مح ط + ط = مح ط + مح ط + مح ط + مح ط

مح (ط + ط) = مح ط + مح ط + مح ط + مح ط

اولور .

بوجهه دیگر لیدخی استخراج اولنه یلور .

۳۵ - ایکی قریك ممانی تاغلری معلوم ایکنه مجموع
یاغود تفاضلریك ممانی تعیین ایتمك .

$$(۲) \text{ رقتی دستور ایله } م = \frac{\text{حب } ۵}{\text{محب } ۵} \text{ دستورندن}$$

$$م (۵ + ط) = \frac{\text{حب } (۵ + ط)}{\text{محب } (۵ + ط)} \text{ اولوب اشبو}$$

حب (۵ + ط) و محب (۵ + ط) دستورلری مساوات
مخصوصه لریله توسیع اولدوقده

$$م (۵ + ط) = \frac{\text{حب } ۵ \text{ محب } ط + \text{حب } ط \text{ محب } ۵}{\text{محب } ۵ \text{ محب } ط - \text{حب } ۵ \text{ حب } ط} \text{ اولور.}$$

ایکنجی طرف صورت وخرج محب $\frac{۵}{ط}$ محب ط ایله تقسیم
اولدوقده

$$م (۵ + ط) = \frac{\frac{\text{حب } ۵ \text{ محب } ط}{\text{محب } ۵ \text{ محب } ط} + \frac{\text{حب } ط \text{ محب } ۵}{\text{محب } ۵ \text{ حب } ط}}{\frac{\text{حب } ۵ \text{ حب } ط}{\text{محب } ۵ \text{ محب } ط} - ۱} \text{ یاخود}$$

$$م (۵ + ط) = \frac{\frac{\text{حب } ۵}{\text{محب } ۵} + \frac{\text{حب } ط}{\text{محب } ط}}{\frac{\text{حب } ۵ \text{ حب } ط}{\text{محب } ۵ \text{ محب } ط} + ۱}$$

$$\text{اولوب ققط} = \frac{\text{حب ۵}}{\text{حب ۵}} = \text{مم ۵} \text{ و } \frac{\text{حب ط}}{\text{حب ط}} = \text{مم ط}$$

اشبو مساویلر محارینہ وضع ایدلادکه

$$(۱۳) \quad \frac{\text{مم ۵} + \text{مم ط}}{\text{۱} - \text{مم ۵ مم ط}} = (\text{ط} + ۵) \text{ مم}$$

ط محله (ط - ۵) وضعیه

$$(۱۳) \quad \frac{\text{مم ۵} - \text{مم ط}}{\text{۱} + \text{مم ۵ مم ط}} = (\text{ط} - ۵) \text{ مم}$$

۵ = ۵؛ فرض اولوب (۱۲) رقلى مناسبت موجینجه

$$\frac{\text{۱} + \text{مم ط}}{\text{۱} - \text{مم ط}} = (\text{ط} + ۵) \text{ مم}$$

$$\frac{\text{۱} - \text{مم ط}}{\text{۱} + \text{مم ط}} = (\text{ط} - ۵) \text{ مم اولور}$$

ایکی قوسک مجموع ویا فضلنک تمام مماسی ایچون دخی
بروجه آتی دستور حسابہ موافقدر.

$$\text{مم ۵ مم ط} + ۱ = (\text{ط} + ۵) \text{ مم اولور.}$$

دستورنده ط = ۵ فرض اولندقده

$$\text{حب } ۲ = ۵ = ۲ \text{ حب } ۵ \text{ حب } ۵ \quad (۱۴)$$

و حب (ط + ۵) = حب ۵ حب ط - حب ۵ حب ط

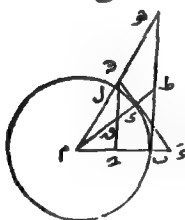
دستورندن دخی ط = ۵ فرضیه

$$\text{حب } ۲ = ۵ = ۵ - \text{حب } ۳ \quad (۱۵)$$

$$[\circ] \frac{\text{م م} + ۵ \text{ م ط}}{\text{م م} - ۱} = (\text{ط} + ۵) \text{ م}$$

دستورندن دخی ط = ۵ فرض اولهرق

[۰] مذکور دستورلر ترسیماً دها بسیط اولهرق استخراج اولنور.



مثلاً (شکل ۳۶) فرض اولنان ایکی قوسدن
 ب = ۵ ، ل = ط ایله کوسترلر ایکی حالده
 ب ، نقطه لرندن ب ه ، ۵ خط مماسلری
 رسم اولندقده م (ط + ۵) = ب ه اولور.
 حاصل اولان م ب ه م ، مثلثینک
 م رأس زاویه سیله نصف قطردن عبارت بولنان
 ارتفاعلری مساوی اولدیفندن

$$\frac{\text{م} \times \text{م} \times \text{ب} \times \text{ه}}{\text{م} \times \text{م} \times \text{م}} = \frac{\text{ب} \times \text{ه}}{\text{م}}$$

حالبوکه م : م = م : م ط یاخود م : م : م اولدیفندن
 بوسورنده

$$\frac{\text{ب} \times \text{م}}{\text{م}} = \frac{\text{ب}}{\text{ه}}$$

$$(۱۶) \quad \frac{۲ م ۵}{۱ م ۵} = ۲ م ۵$$

دستورلری حاصل اولور .

تیه — استخراج اولنان اوج دستورده ۵ و ۲ ۵
مقدارلندن برنجی ایکنجینک نصفی اولق شرطیه مربوط
اولوب بو صورتده (۲ ۵) مقداری (۵ ۵) ایله و (۵ ۵)
مقداری (۱ ۵) ایله وضع اولدقلرنده بروجه آتی دستورلر
ظهور ایدر .

$$ب ۵ = \frac{۲ م ۵ \times ۱ ۵}{۱ م ۵} = \frac{۲ م ۵ \times ۱ ۵}{۱ م ۵} \text{ اولورق}$$

$$ب ۵ = \frac{۲ م ۵}{۱ م ۵} \text{ اولور}$$

$$۵ ۵ = ۲ م ۵ + ۱ م ۵ \text{ اولدقلندن مساویلر محالینه وضع ایله}$$

$$۲ م ۵ + ۱ م ۵ = \frac{۲ م ۵ + ۱ م ۵}{۱ م ۵} = \frac{۲ م ۵ + ۱ م ۵}{۱ م ۵} \text{ اولور}$$

لکن ۱ ۵ ۲ م ۵ ۱ م ۵ مثلثینک مشابهندن

$$\frac{۱ ۵}{۱ م ۵} = \frac{۲ م ۵}{۱ م ۵} \text{ اولغله}$$

$$۱ ۵ = ۲ م ۵ + ۱ م ۵ \text{ اولورق مساویسی علته وضع ایله}$$

$$۲ م ۵ + ۱ م ۵ = \frac{۲ م ۵ + ۱ م ۵}{۱ م ۵} \text{ بولور.}$$

$$(ب) \quad \text{حب} = ۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲} \text{ حب } \frac{۱}{۲} \text{ حب } \frac{۱}{۲}$$

$$(ج) \quad \text{حب} = \text{حب } \frac{۱}{۲} - \text{حب } \frac{۱}{۲} = \text{حب } \frac{۱}{۲}$$

$$(۱۷) \quad \frac{۲ \text{ م } \frac{۱}{۲}}{\text{م } \frac{۱}{۲} - ۱} = \text{م}$$

(۸) و (۹) و (۱۲) رقلى دستورلرده ط = ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ فرض اوله رق ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۲ فرضيله ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۶ دستورلرى واسطه سيله

$$\text{حب} = ۳ - \text{حب} = ۴ \text{ حب}^۲$$

$$\text{و حب} = ۳ = ۴ \text{ حب}^۲ - ۳ \text{ حب} = \text{اولور.}$$

$$(۱۲) \text{ رقلى دستورده ط محله } ۲ \text{ وضعيله}$$

$$\frac{\text{م} + \text{م} ۲}{\text{م} - ۱} = \text{م} ۳$$

اولوب م ۲ محله ۱۶ دستورنده كى قيمتى وضع برله

$$\text{م} = \frac{\text{م} ۳ - \text{م}^۲}{\text{م} ۳ - ۱} \text{ تحصيل اولتور.}$$

۳۸ - (حب و تابعه، يعنى حب و معلوم فرضيد،

حب $\frac{۱}{۲}$ و حب $\frac{۱}{۲}$ و م $\frac{۱}{۲}$ قيمتلىرى تعيين اينك).

حب $\frac{1}{4}$ و حب $\frac{1}{4}$ و دستورلرینی تحصیل ایچون برنجی
واون بشنجی دستورلر برکړه جمع و طرح اولدقلرنده

$$(۱) \quad \text{حب}^2 + \text{حب}^2 = ۱$$

$$(۱۵) \quad \text{حب}^2 - \text{حب}^2 = \text{حب}^2$$

$$\frac{\text{حب}^2 + ۱}{۲} = \text{حب}^2$$

$$\text{حب}^2 = \frac{\text{حب}^2 - ۱}{۲} \text{ بورادن دخی}$$

$$\sqrt{\frac{\text{حب}^2 + ۱}{۲}} = \text{حب}$$

$$\sqrt{\frac{\text{حب}^2 - ۱}{۲}} = \text{حب}$$

و (۵) برینه ($\frac{1}{4}$) وضع اولدقلده

$$(۱۸) \quad \sqrt{\frac{\text{حب} - ۱}{۲}} = \text{حب} \frac{1}{4}$$

$$(۱۹) \quad \sqrt{\frac{\text{حب} + ۱}{۲}} = \text{حب} \frac{1}{4}$$

تحصیل اولنان متوسط دستورلر زیاده سیله مستعمل اولدقلرندن
بروجه آتی یازیلورلر

$$۱ + \text{محب} = ۲ \text{ محب}^2 \div \frac{1}{4}$$

$$۱ - \text{محب} = ۲ \text{ حب}^2 \div \frac{1}{4}$$

م $\frac{1}{4}$ تحصيل اولنور .
(۱۸) و (۱۹) دستورلى بربرى اوزرينه تقسيم اولندقدە

$$(۲۰) \quad \frac{\sqrt{۱ - \text{محب}}}{۱ + \text{محب}} = \text{م} \div \frac{1}{4}$$

اشبو دستور حسابانده تقدير قيمت خصوصنده مەمدر .

۳۹. — مم و تابعى معلوم ايکمه مم $\frac{1}{4}$ نك قيمتى
تعيين ايتك . بونك ايچون دخى

$$(۱۷) \quad \frac{۲ \text{ م} \div \frac{1}{4}}{۱ - \text{مم}^2 \div \frac{1}{4}} = \text{مم} \div \frac{1}{4}$$

صفره ارجاع اولندقدە

مم $\div \text{مم}^2 \div \frac{1}{4} = ۲ \text{ م} \div \frac{1}{4} - \text{مم} = ۰$.
درجۀ ثانيه معادلهسى حل اولنورق

$$(۲۱) \quad \frac{\sqrt{۱ + \text{مم}}}{\text{مم}} = \text{مم} \div \frac{1}{4}$$

مثلا $\frac{۰}{۰} = ۰$ اولسه مم $= ۱$ و $\frac{۰}{۰} = ۳$ اولهرق

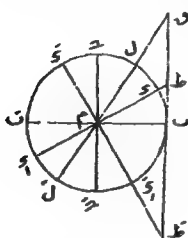
$$\frac{\sqrt{۱ + \text{مم}^2}}{\text{مم}^2} = \frac{۱ - ۲\sqrt{۱ - ۲\sqrt{۱ + \text{مم}^2}}}{\text{مم}^2} = \frac{۰}{۰}$$

اولور .

(۲۱) رقتی دستورده $\varnothing > ۱۸^\circ$ اولور ایسه اشارت مثبت اولور.

زیرا $\frac{۱}{۲} \varnothing$ مقداریده ۹° دن کوچک اوله جقندن مماسی مثبت اولور.

تحصیل اولنان ایکی قیمت قولایقله تفهیم اولنه بیلور بونک



(شکل ۳۶)

ایچون (شکل ۳۶) اعطا اولنان مماس

ب و = مم \varnothing یعنی مم \varnothing قیمتی (ب و)

خطنه مساوی اولدینی حالده خط مذکور

قطراً قارشولقلی و ۱۸۰° درجه تفاوتنده

واقع (ل) و (ن) نقطه لرنده نهایت بولان

باجمله قوسلری افاده ایتمکله مم $\frac{۱}{۲} \varnothing$

اراشدیرلرقد مذکور قوسلرک نصفلرینک مماسلری بولنور

یعنی ۹۰° درجه تفاوتنده (ب و) و (ب و) قوسلرینک مماسلری

یاخود ب و ، ب و قوسلرینک مماسلری (تطبیقات ۶) مختلف

اشارتده بولنورلر.

بوندن فضله ذکر اولنان مماسلر تمامی زاویه لرینی افاده

ایتدکلرندن عکسی صورتده بولندقلری کبی (۲۱) معادله سنک

جذرلرینک مستطیلی (— ۱) اوله رق حصوله کلورکه بوصورت

بالهندسه میدان ثبوته اخراج اولنور. زیرا (ب و) و (ب و)

قوسلرینک مماسلری (ب و) و (ب و) خطلرندن عبارت

اولمقله (ب و م و) مثلث قائم الزاویه سنده ب و ط \times ب و ط =

(۲) $(b) = a + b ط \times (b ط) = ۱ - a$ اولوب
مطلوب حاصل اولور.

۴۰ — (۵) قوشنك مېي معلوم ايكه $(\frac{1}{4})$ يعنى
نصفنك مېي دتمام مېيني نصين ايتك

$$(۱) \quad ۱ = ۵ \frac{1}{4} \text{ محب} + ۵ \frac{1}{4}$$

$$(۲) \quad ۲ \text{ محب} \frac{1}{4} = ۵ \frac{1}{4} \text{ محب} + ۵ \text{ محب}$$

دستورلری برکړه جمع وبرکړه طرح اولندقه

$$(محب \frac{1}{4} + ۵ \frac{1}{4}) = ۱ + ۵ \text{ محب}$$

$$و (محب \frac{1}{4} - ۵ \frac{1}{4} \text{ محب}) = ۱ - ۵ \text{ محب}$$

معادله لری حاصل اولوب حل اولندقه

$$\frac{۵ \frac{1}{4} \text{ محب} + ۵ \frac{1}{4}}{۱ + ۵ \text{ محب}} = ۱$$

$$\frac{۵ \frac{1}{4} \text{ محب} - ۵ \frac{1}{4} \text{ محب}}{۱ - ۵ \text{ محب}} = ۱$$

بوصورته اشبو ايکي معادله برکړه جمع وبرکړه طرح

اوله رق

$$۲ \text{ محب} \frac{1}{4} = ۵ \frac{1}{4} + ۱ + ۵ \frac{1}{4} - ۱$$

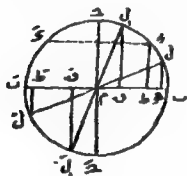
$$۲ \text{ محب} \frac{1}{4} = ۵ \frac{1}{4} + ۱ + ۵ \frac{1}{4} - ۱$$

$$(۲۲) \quad \frac{۵ \frac{1}{4} + ۱ + ۵ \frac{1}{4} - ۱}{۲} = ۵ \frac{1}{4}$$

$$\text{مح } \frac{1}{4} = \frac{+ ۱\sqrt{+} \text{ حب } ۵ + ۱\sqrt{-} \text{ حب } ۵}{۲} \quad (۲۳)$$

دستورلری حاصل اولور که اشبو دستورلر حب $\frac{1}{4}$ ۵
ایچون درت وکذا مح $\frac{1}{4}$ ۵ ایچون دخی درت قیمت اعطا
ابدلرلر . بوقیت قولایقله افاده اوله بیلور .

مثلا (شکل ۳۷) حب ۵ قیمته (ط) مقدارینه معادل



(شکل ۳۷)

اولدینی حالد حب ۵ (ماده ۱۶) مو -
جینجه (س) و (ر) نقطه لرنده نهایتان
بالجمله قوسلرده شمولی اولوب حب $\frac{1}{4}$ ۵
و مح $\frac{1}{4}$ ۵ دخی اراندینی کبی
ذکر اولسان قوسلرک نصفارینک جیب

ونجیلری بوله بیلوب امدی (س) نقطه سنده نهایت بولان قوسلرک
نصفاری (ل) و (ن) نقطه لرنده نهایت بولملریله اگر $ح > ل$

$= ب ل$ ل نه جق اولور ایسه ل، ل نقطه لرنده نهایتان
قوسلر (ر) نقطه سنده منتهی اولان قوسلرک نصفاری اولورلر بو
وجهله حب $\frac{1}{4}$ ۵ ایچون اشارتلری مختلف وهرایکیسی بربرینه
مساوی ل ه، ل ط، ل ی، ل ق مثللو درت قیمت حصوله
کلور .

وکذا مح $\frac{1}{4}$ ۵ دخی جیک قیمتارینه مساوی درت
قیمتی حاوی بولور .

اثنای تطبیقه (۵) قوسيله (۵) قوسنك جیب معلوم ایکن مسئله غیر معین قالیوب مثبت ومنفیلكده شهبلی براقلمیرق حب $\frac{1}{4}$ ۵ وحب $\frac{1}{4}$ ۵ ایچون مناسب اشارتلا انتخاب اولتور. مثلا ۵ = v° اولسه $\frac{1}{4}$ ۵ = 4° اولوب حب وتمام جیب مثبت اولور بونکله برابر جیب تمام جیدن غایت اصغر اولور ایسه بو حالده ایکی جهتده مناسبتی اولور یعنی اصغرنده منفی عظمنده مثبت اولورکه بوجه آتی مثاللردن استدلال اولتور.

$$\overline{v^{\circ} \text{ حب} + 1 \sqrt{}} = 4^{\circ} \text{ حب} + 4^{\circ}$$

$$\overline{v^{\circ} \text{ حب} - 1 \sqrt{}} = 4^{\circ} \text{ حب} - 4^{\circ}$$

قیمتلی تعیین اولنقدده

$$\frac{\overline{v^{\circ} \text{ حب} - 1 \sqrt{}} - \overline{v^{\circ} \text{ حب} + 1 \sqrt{}}}{2} = 4^{\circ} \text{ حب}$$

$$\frac{\overline{v^{\circ} \text{ حب} - 1 \sqrt{}} + \overline{v^{\circ} \text{ حب} + 1 \sqrt{}}}{2} = 4^{\circ} \text{ حب}$$

اولور.

❧ باب خامس ❧

«دستورلری لغارتمه ایله حساب اولنه جق حاله کتورمک»

۱۴ — ایکی مثلثات منطری مجموع ریا فضنتک ماصل

ضربه تحویلی

بوتخویلدن مقصود خطین مذکورین مجموع و یاخود فضلی
کوسترن دستور محله لغارتمه ایله حسابی قابل دیگر بردستور
وضع ایتمکدن عبارت اولوب الامرده ایکی جیب و یاخود ایکی
تمام جیب مجموع و یاخود فضلی حل اولنه جق اولور ایسه

$$\text{حس } (ط + ط) = \text{حس } ط + \text{حس } ط$$

$$\text{حس } (ط - ط) = \text{حس } ط - \text{حس } ط$$

$$\text{محس } (ط + ط) = \text{محس } ط - \text{محس } ط$$

$$\text{محس } (ط - ط) = \text{محس } ط + \text{محس } ط$$

دستورلری ایکیشر ایکیشر برکزه جمع و برکزه طرح اولندقدمه

$$\text{حس } (ط + ط) + \text{حس } (ط - ط) = ۲ \text{ حس } ط$$

$$\text{حس } (ط + ط) - \text{حس } (ط - ط) = ۲ \text{ محس } ط$$

$$\text{محس } (ط + ط) + \text{محس } (ط - ط) = ۲ \text{ محس } ط$$

$$\text{محس } (ط - ط) - \text{محس } (ط + ط) = ۲ \text{ حس } ط$$

دستورلری تحصیل اولنوب $(ط + ط) = ۲ (ط - ط)$

$=$ ل فرض اولنور ایسه

صورتلری
 حاصل اولوب بروجہ بالا تحصیل اولنان دستورلر دخی

$$\text{حج ۲} + \text{حج ل} = ۲ \text{ حج } \frac{1}{4} (\text{ل} + ۲) \times \text{حج } \frac{1}{4} (\text{ل} - ۲) \quad (۲۴)$$

$$\text{حج ۲} - \text{حج ل} = ۲ \text{ حج } \frac{1}{4} (\text{ل} + ۲) \times \text{حج } \frac{1}{4} (\text{ل} - ۲) \quad (۲۵)$$

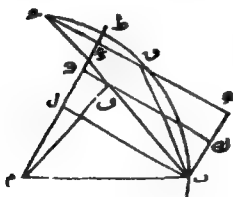
$$\text{حج ۲} + \text{حج ل} = ۲ \text{ حج } \frac{1}{4} (\text{ل} + ۲) \times \text{حج } \frac{1}{4} (\text{ل} - ۲) \quad (۲۶)$$

$$\text{حج ۲} - \text{حج ل} = ۲ \text{ حج } \frac{1}{4} (\text{ل} + ۲) \times \text{حج } \frac{1}{4} (\text{ل} - ۲) \quad (۲۷)$$

صورتلرینه منجر اولورلر . [۰]

[۰] مذکور دستورلر بروجہ آئی طوغریدن طوغری دخی اثبات اولنیلورلر .

مثلا (شکل ک) ب ط = م ، ط ح = ل ایله کوسترلده ب ح



(شکل ک)

$\text{ل} + ۲ = \text{ب} + \text{ق} = \text{ل} - ۲$
 زاویه ب ح ح $\frac{1}{4} (\text{ل} - ۲)$
 زاویه ب ق ق $\frac{1}{4} (\text{ل} + ۲)$
 اولورلر وینه شکلدن اکلاشدیفته کوره
 ح ح = ب ل + ح یاخود
 حج ۲ + حج ل = حج ح ح اولور
 ب ح ح منک قائم الزاویه سنده

$$\text{حج } \frac{1}{4} (\text{ل} - ۲) = \frac{\text{ح}}{\text{ب}} \text{ اولوب حالبوکه هر برورتک نصی نصف}$$

قوسنک جیی اولدیفندن

$$۲ \text{ حج } \frac{1}{4} (\text{ل} + ۲) = \text{ب ح} \text{ اولوب اشبو ایکی معادله طرف طرفه ضرب اولندقدہ}$$

مثالر :

$$\text{حب } ٤٦^\circ + \text{حب } ٢٧^\circ = ٢ \text{ حب } ٣٦^\circ \text{ و } ٣٠^\circ \text{ حب } ٩^\circ$$

$$\text{حب } ٤٦^\circ - \text{حب } ٢٧^\circ = ٢ \text{ حب } ٣٠^\circ \text{ و } ٣٦^\circ \text{ حب } ٩^\circ$$

$$\text{حب } ٤٦^\circ + \text{حب } ٢٧^\circ = ٢ \text{ حب } ٣٦^\circ \text{ و } ٣٠^\circ \text{ حب } ٩^\circ$$

$$\text{حب } ٤٦^\circ - \text{حب } ٢٧^\circ = ٢ \text{ حب } ٣٦^\circ \text{ و } ٣٠^\circ \text{ حب } ٩^\circ$$

$$ا ب = ٢ \text{ حب } \frac{1}{4} (ل + م) \text{ حب } \frac{1}{4} (ل - م) \text{ اولوب}$$

بو تقدیرجه

$$\text{حب } م + \text{حب } ل = ٢ \text{ حب } \frac{1}{4} (ل + م) \times$$

حب $\frac{1}{4} (ل - م)$ وعینی اثباته

$$\text{حب } م - \text{حب } ل = ك = ٢ \text{ حب } \frac{1}{4} (ل + م) \times$$

حب $\frac{1}{4} (ل - م)$ اولور .

اگر ب ج خطك و منتصف نقطه سندن م ط خطی اوزرینه
برعمود تنزیل اولنور ایسه بو حالده

$$\text{حب } م + \text{حب } ل = ٢ م \text{ اولوب و } م \text{ و } ل \text{ قائم الزاویه سنده}$$

$$\text{حب } \frac{1}{4} (ل - م) = \frac{م}{ل} \text{ اولوب بر قوسك نصف وتری}$$

اول قوسك متممی اولان قوسك نصفك تمام جینه مساوی اولدیشندن

$$\text{حب } \frac{1}{4} (ل + م) = م \text{ و } م \text{ و } ل \text{ بولنوب بوا یکی معادله طرف}$$

طرفه ضرب اولندقد

$$\text{حب } م + \text{حب } ل = ٢ \text{ حب } \frac{1}{4} (ل + م) \times$$

حب $\frac{1}{4} (ل - م)$

$$\text{والحاصل } ب = م - ل = م$$

۲۲ و ۲۳ دستورلری بربری اوزرینه تقسیم اولدقدہ

$$\frac{\text{حب م} + \text{حب ل}}{\text{حب م} - \text{حب ل}}$$

$$۱ \text{ حب ل} = \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م})$$

$$۲ \text{ حب ل} = \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م}) \text{ حب م} = \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م}) \text{ اولور.}$$

۴۱ ماده سنده استحصال اولتان دستورلر یکدیگری اوزرینه تقسیم اولنورق بروجہ آتی دستورلرہ ارجاع اولنورلر.

$$\frac{\text{حب م} + \text{حب ل}}{\text{حب م} + \text{حب ل}} = \text{مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م}),$$

$$\frac{\text{حب م} + \text{حب ل}}{\text{حب ل} - \text{حب م}} = \text{مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م}),$$

$$\frac{\text{حب م} - \text{حب ل}}{\text{حب م} + \text{حب ل}} = \text{مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م}),$$

$$\frac{\text{حب م} - \text{حب ل}}{\text{حب ل} - \text{حب م}} = \text{مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م}),$$

$$\frac{\text{حب ل} - \text{حب م}}{\text{حب ل} + \text{حب م}} = \text{مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م}) \text{ مم} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م}),$$

$$\frac{\text{حب} \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م})}{\text{حب} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م})} = \frac{\text{حب} (\text{ل} + \text{م})}{\text{حب م} + \text{حب ل}}$$

$$\frac{\text{حب} \frac{۱}{۴} (\text{ل} - \text{م})}{\text{حب} \frac{۱}{۴} (\text{ل} + \text{م})} = \frac{\text{حب} (\text{ل} - \text{م})}{\text{حب م} + \text{حب ل}}$$

$$۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲} (ل + م) \text{ محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)$$

$$۲ \text{ محب } \frac{۱}{۲} (ل + م) \text{ حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)$$

$$\text{لکن} \frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{م } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{حب } (ل + م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{حب } (ل - م)}{\text{حب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{محب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{حب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{محب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{حب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{محب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{حب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{محب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۲} (ل - م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل - م)} = \frac{\text{حب } (ل - م)}{\text{محب } (ل - م)}$$

$$\frac{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{محب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

اشو دستورل بوندن اقدمکی (شکل ک) ده دها بیط اوله رق
اثبات اوله ییلور مثلا :

$$\frac{۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲} \text{ محب } ۲} = \frac{ب ه}{ق م م} = \frac{ک ه}{ل م م} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

$$\frac{۲ \text{ محب } \frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۲} \text{ حب } ۲} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

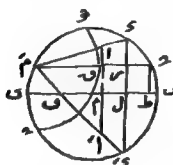
$$\frac{\text{م } \frac{۱}{۲} (ل + م)}{\text{محب } \frac{۱}{۲} (ل + م)} = \frac{\text{حب } (ل + م)}{\text{محب } (ل + م)}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{4}(ل-۲)} = \frac{\frac{1}{4}(ل-۲)}{\frac{1}{4}(ل-۲)} \text{ و } \frac{1}{\frac{1}{4}(ل-۲)} = \frac{\frac{1}{4}(ل-۲)}{\frac{1}{4}(ل-۲)}$$

اولدقلرندن اشبو مساویلر محلیرینه وضع اولندقلرند

$$\frac{\text{حب } ۲ + \text{حب } ل}{\text{حب } ۲ - \text{حب } ل} = \frac{\frac{1}{4}(ل+۲)}{\frac{1}{4}(ل-۲)} \text{ اولور } (۲۸)^*$$

* ایکی قوسك جییلری مجموعك فضلته نسبتی قوسین مذکورین نصف مجموعك مماںك نصف فضلنك مماںك نسبتی بالهندسه دخی تحصیل اولنور.



(شكل ل)

(شكل ل) ب ۲ مثلثات دائره سنده بالفرض ب ۲ = ه، ب ۲ = و، قوسلری اخذ اولنورق ج ط، ل جییلری رسم، ج نقطه سندن ب ۲ قطرینه موازی ج م دخی ترسیم ایدیلرک ل عمودی ۲ نقطه سنده قدر عمید اولندقلده

حب ۵ = ل، حب ط = ج ط = ل اولمغه برکزه طرح و برکزه جمع اولندقلده

$$\text{حب } ۵ - \text{حب } ط = ل - \text{حب } ل = \text{حب } ۲ \quad (۱)$$

$$\text{حب } ۵ + \text{حب } ط = ل + \text{حب } ل = \text{حب } ۲ \quad (۲)$$

م نقطه سی مرکز و (ب م) نصف قطریله ه م قوسی رسم ۲، ۲، م خطلری وصل، ق نقطه سنده قوس مرسومه ا و ا خط مماسی چیزلکده

۲، م ق زاویه سی یاخود ا ق قوسی، ج قوسنك نصفی و و م ق زاویه سی یاخود ق ق قوسی، ب ۲ قوسنك نصفی اولدقیندن بو تقدیرجه

$$ا = م قوس ا ق = م \frac{1}{4}(ط - ۵) \quad (۳)$$

اشبو استخراج اولان مهم دستور شو صورتله بیان اولور .

ایکی قوسک جیلری مجموعک یینارنده اولان فضله نسبتی قوسین مذکورینک نصف مجموعلرینک مماسنک نصف فضلنک مماسنه نسبتی کی اولور .

۴۲ — مم ۵ + مم ط مثلر ایکی مماس مجموع دیا فضلی حاصل ضرب تحویل ایتک . مساویلری محله وضع ایل

$$= \frac{\text{حب ط}}{\text{حب ۵}} + \frac{\text{حب ۵}}{\text{حب ۵}} = \text{مم ۵} + \text{مم ط}$$

$$\frac{\text{حب ۵ محب ط} + \text{حب ط محب ۵}}{\text{محب ۵ محب ط}}$$

$$\frac{۱}{۲} \text{ مم} = \text{ق ق} = \text{ق ق} = \frac{۱}{۲} (\text{ط} + ۵) \text{ اولور}$$

م ، ۵ ، ۱ ، ۱ ، ۱ ، ۱ مثلرند

$$\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۲} \text{ بالهندسه مثبت اولمله ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ مساواتی محلیته وضع ایل}$$

$$\frac{\text{حب ۵} - \text{حب ط}}{\text{حب ۵} + \text{حب ط}} = \frac{\text{مم ۵} - \text{مم ط}}{\text{مم ۵} + \text{مم ط}} \text{ اولور}$$

فن مثلاتده اک مهم دستوری حاصل ایدر .

$$(۲۹) \quad \frac{\text{حب } (ط + ۵)}{\text{حب } ۵ \text{ حب } ط} = ط + ۵ \text{ مم } ط$$

$$\frac{\text{حب } (ط + ۵)}{\text{حب } ۵ \text{ حب } ط} = ط + ۵ \text{ مم } ط$$

(۳۰) دستوری دخی استخراج اولنور.

تنبیه. — اگر بر خط خط تمامینه علاوه بولنور ایه طبق خط تمامی مذکوری قیمتی ارائه ایدن خط مستقیم ایله وضع ایدرک برجنسدن اولوب ایکی مثلثات خطی ایچون تعیین قلنان دستوره ارجاع ایدیلور بو حلاله حب ۵ + حب ط مقدارینی حاصل ضربه تحویل ایتک ایچون افاده مذکوره بی حب ۵ + حب $(ط - \frac{\pi}{۴})$ طریزه تحریر و (۲۴) دستورینه تطبیق ایتک ایجاب ایدر:

$$\text{حب } ۵ + \text{حب } ط = ۲ \text{ حب } \left[\frac{۱}{۴} (ط - ط) + ۴۵^{\circ} \right]$$

$$\text{حب } \left[\frac{۱}{۴} (ط + ۵) - ۴۵^{\circ} \right]$$

$$\text{حب } ۵ - \text{حب } ط = ۲ \text{ حب } \left[\frac{۷}{۴} (ط - ۵) + ۴۵^{\circ} \right]$$

$$\text{حب } \left[\frac{۱}{۴} (ط + ۵) - ۴۵^{\circ} \right] \quad \text{حاصل اولورلر.}$$

❖ تطبیقات ❖

(۱) ۴۰° ۳۰° ۶۰° ۱۸° ۷۲° درجه‌ك قوسلرك جیب و تمام جیلرینی بولق.

(۱) ۴۰° درجه‌ك جیبی ضعف قوسنك نصف وترینه یعنی داخل دائرہ مرسوم ضلعنك نصفه مساوی اولسیله
 $\text{حب } ۴۰^\circ = \text{محب } ۴۰^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}}$ حساب اولنوب و بوندنخی
 $\text{م } ۴۰^\circ = ۱$ الی آخره اولور.

(۲) ۳۰° درجه‌ك جیبی ۶۰° درجه‌ك قوسنك وترینك نصفه مساوی اولسیله برابر ۳۰° و ۶۰° درجه‌ك قوسلر یکدیگرینك تمامی بولندقلرندن بوسورتده

و
 $\text{حب } ۳۰^\circ = \text{محب } ۶۰^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}}$
 $\text{محب } ۳۰^\circ = \text{حب } ۶۰^\circ = \sqrt{\frac{1}{4} - 1} = \sqrt{\frac{3}{4}}$ اولور
 $\text{م } ۳۰^\circ = \text{م } ۶۰^\circ = \sqrt{\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$ وهکذا اولور.

(۳) ۱۸° لك قوسنك جیبی داخل دائرہ مرسوم معشر منتظم ضلعنك نصفه مساوی اولسیله برابر ۱۸° و ۷۲° درجه‌ك قوسلر یکدیگرینك تمامی بولندقلرندن بوسورتده

$$\text{حب } ۱۸^\circ = \text{محب } ۷۲^\circ = \sqrt{\frac{1-5}{4}}$$

$$\text{محب } ۱۸^\circ = \text{حب } ۷۲^\circ = \sqrt{\frac{572-6}{16}}$$

$$\frac{1}{4} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} \text{ اولور.}$$

۱۴، ۱۵، ۱۸، و ۱۹ دستورلی یاردمیه

$$\text{حب } ۳۶^{\circ} = \text{حب } ۵۴^{\circ} = \text{حب } ۳۶^{\circ}$$

$$\text{حب } ۹^{\circ} = \text{حب } ۸۱^{\circ} = \text{حب } ۹^{\circ} \text{ حساب اولتور.}$$

(۲) ۷۵° لك قوسك مثلثات خطلرینی تعیین ایتك.

۷۵° لك قوس ۴۵° و ۳۰° درجه لك قوسلرك مجموعه مساوی

$$\text{اولدیتندن حب } ۷۵^{\circ} = \text{حب } (۳۰ + ۴۵) = \text{حب } ۴۵^{\circ} + \text{حب } ۳۰^{\circ}$$

حب ۳۰° محب ۴۵° یاخود

$$\frac{\sqrt{27} - \sqrt{67}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \text{حب } ۷۵^{\circ}$$

$$\text{و محب } ۷۵^{\circ} = \text{حب } ۴۵^{\circ} - \text{حب } ۳۰^{\circ} = \text{حب } ۴۵^{\circ} - \text{حب } ۳۰^{\circ}$$

$$\text{اولور.} \frac{\sqrt{27} - \sqrt{67}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$\frac{\sqrt{27} - \sqrt{67}}{4} = \text{حب } ۷۵^{\circ} \text{ یاخود محب } ۷۵^{\circ}$$

$$\sqrt{27} + 2 = \frac{\sqrt{27} + \sqrt{67}}{\sqrt{27} + \sqrt{67}} = \frac{\text{حب } ۷۵^{\circ}}{\text{حب } ۷۵^{\circ}} = \text{و کذا هم } ۷۵^{\circ}$$

اولور.

$$\sqrt{3} - 2 = \text{وعم } ۷۵^{\circ}$$

$$\sqrt{27} + \sqrt{67} = \text{وعم } ۷۵^{\circ}$$

$$\text{اولور.} \sqrt{27} - \sqrt{67} = \text{وعم } ۷۵^{\circ}$$

(۳) $\varnothing = 9^\circ$ و $\varnothing = 0^\circ$ اولدقغه كوره مم $(\varnothing - \tau)$ دستوري تحقيق ايتك. دستور مذکور

مم $(\varnothing - \tau)$ $\frac{\varnothing^2 - \tau^2}{\varnothing^2 + \tau^2}$ اولوب (مم \varnothing) و (مم τ) ك قيتلری علنه وضع اولندقده مم $9^\circ = \frac{\infty}{\infty + 1}$ دستوري بولنوب قيمتك تسينی غير ممكن اولور فقط تحقيق اولنان مذکور دستورك ايكي حدى مم \varnothing ايله تقسيم اولنور ايسه اشبو صعبوت محو ايديلهرك بوسورتده

$$\text{مم } (\varnothing - \tau) = \frac{\frac{\varnothing^2 - \tau^2}{\varnothing^2 + \tau^2}}{1} = \frac{\varnothing^2 - \tau^2}{\varnothing^2 + \tau^2}$$

اولوب (مم \varnothing) و

(مم τ) ك قيتلری علنه وضع اولندقده

$$\text{مم } 9^\circ = \frac{1}{1} = \frac{\infty}{\infty + 1} = \frac{1}{1} = 9^\circ$$

(۴) $\tau, \varnothing, \varnothing$ مثللو اوج قوسك جيب ياخود عباسلری معلوم ايكن مذکور قوسارك مجموعك جيب وعباسلری تعين ايتك

(۱) حب $(\tau + \varnothing + \varnothing) = \text{حب } (\tau + \varnothing) + \text{حب } \tau$

حب $(\tau + \varnothing)$ حب τ اولوب حب $(\tau + \varnothing)$ وحب $(\tau + \varnothing)$ تسيئرلرنيك مساويلری محليته وضع اولندقده

حب $(\tau + \varnothing + \varnothing) = \text{حب } \tau + \text{حب } \varnothing + \text{حب } \varnothing$

حب $\tau + \text{حب } \tau + \text{حب } \varnothing + \text{حب } \varnothing - \text{حب } \tau - \text{حب } \varnothing = \text{حب } \tau + \text{حب } \varnothing$

$$(٢) \text{ وکذا مم } (ب + ج + س) =$$

$$\frac{\text{مم } (ب + ج + س) + \text{مم } س}{\text{مم } (ب + ج + س) - \text{مم } س}$$

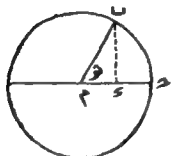
$$= \text{مم } (ب + ج + س)$$

$$\frac{\text{مم } ب + \text{مم } ج + \text{مم } س - \text{مم } ب - \text{مم } ج - \text{مم } س}{\text{مم } ب - \text{مم } ج - \text{مم } س - \text{مم } ب - \text{مم } ج - \text{مم } س}$$

دستوری تحصیل اولنور.

اگر $ب + ج + س = ١٨٠^\circ$ اولور ایسه بو صورتده مم ب + مم ج + مم س = مم ب مم ج مم س اولور.

(٥) (شکل ٣٨) م ب ج قطاع دائره.



(شکل ٣٨)

سنگ (م ج) نصف قطری اطرافده دوريله تشکل ایدن حجم کره کندي کره سی حجمک ربی اولمق اوزره دائره مذکورک (م ج) و (م ب) نصف

قطرلی بیتده واقع (ه) زاویه سنی تعیین ایتمک.

قطاع مذکورک دوريله تشکل ایدن حجم قطاع کره (ع)

$$\text{ایله کوسرلده ع} = \frac{2}{3} \pi r^2 \text{ ح اولور.}$$

لکن ح یاخود $س - س = س - س = س$

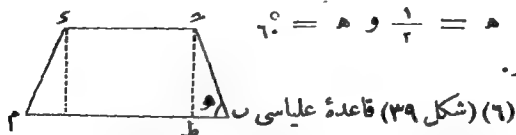
س محب ه $س = (١ - ه) \text{ اوله رق دستورده محله}$

$$\text{وضع اولده قده ع} = \frac{2}{3} \pi r^2 (١ - ه) \text{ محب ه اولوب لکن}$$

حجم مطلوب بره وجب مسئله کندي کره سی حجمک یعنی

$$\left(\frac{2}{3} \pi r^2 \right) \text{ نک ربی اوله جفتدن بو حالده } \frac{2}{3} \pi r^2 (١ - ه)$$

محس ۵ = $\frac{1}{4} \pi r^2$ یا خود ۲ (۱ - محس ۵) =
 ۱ - محس ۵ = $\frac{1}{4}$ اولیقتدن (تطیقات ۱ و ۲)
 محس ۵ = $\frac{1}{4}$ و ۶۰ =
 اولور.



(۶) (شکل ۳۹) قاعدۀ علیاسی
 (۸) و ارتفاعی (۶) ذراع اعشاری

وغیر موازی بولتان ضلعلرینک قاعدۀ سفلی ایله تشکیل ایندکلی
 (۵) زاویه سنک مماسی $\frac{2}{3}$ مقدارینه معادل اولان برشبه منحرف
 متساوی الساقینک مساحۀ سطحیه سی حساب ایتک مطلوبدر .
 شبه منحرف مذکورک مساحۀ سطحیه سی س فرض
 اولندقد س = $\frac{1}{4} (م + س) ح$ اولوب بوهوجب
 مسئله $س = ۸$ و $ح = ۶$ اولقین (م + س) خطی دخی
 $س + ۲ = ط$ مجموعه مساوی بولنرق بوسورتده

مم ۵ = $\frac{س}{ط} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$ یا خود س ط = $\frac{۴}{۲} = ۲$
 م + ۲۴ اولسلیله س = $\frac{1}{4} (۲۴ + ۴) = ۸$ ۹۶ ذراع
 اعشاری مربی اولور .

(۷) س = م + ح تعیر جبرینک لغارتمه ایله حساب
 اولنهجق برصورتۀ ارجاعی مطلوبدر .

اول امرده س = م (۱ + $\frac{س}{م}$) شکتیه وضع اولندقدن
 صکره $\frac{س}{م}$ مقداری برمتوسط زاویه نک جیی یاخود تمام جیی

یاخود مماسیله ویا اشبو خطلرک مربعلریله اراثة اولته بیلور.

اولا س $= (ب + ح)$ فرضیله (ب) معترضه سنه اولندقدن
 $س = ب + (۱ + \frac{ح}{ب})$ اولوب قیمتی لغاتمه ایله بالسهوله حساب اولته.
 بیلان (ه) متوسط زاویه اولقی اوزره $\frac{ح}{ب} = مم^۲$ وضع اولندقدن
 $س = ب + (۱ + مم^۲)$ یاخود $س = ب مم^۲ = \frac{ب}{۳} = مم^۲$ اولوب
 محس ه

لغاتمه ایله حساب اولته بیله جک رصورتیه ارجاع اولتمش اولور.

(۲) س $= ب - ح$, $ب < ح$ فرضیله $\frac{ح}{ب}$ مقداری واحددن
 کوچک اولدیفندن محس ه یاخود محس ه ایله اراثة اولندقدن س
 $ب (۱ - محس ه) = ب محس ه$ یاخود
 $س = ب (۱ - محس ه) = ب محس ه$ اولور

واکر $ب < ح$ اوله جق اولور ایسه بوصورتده س
 $= ب - ح$ محس ه اولور.

(۳) $ب > ح$, $\frac{ح}{ب} = محس ه$ فرضیله س
 $ب (۱ + محس ه)$ اولوب حالبوکه $۱ + محس ه = ۱$
 محس ه حدلری (ماده ۳۸) بربرینی متعاقب ۲ محس ه
 و ۲ محس ه قیمتلرینه مساوی اولدقلرندن بوصورتده س
 $ب + ح = ۲ = ب محس ه$, س $= ب - ح =$
 $۲ ب محس ه$ اولور.

(۴) اصول عمومی . ب , ح حدلرینک قیمت اضافیلری
 هرته مقدار اولور ایسه اولسون $\frac{ح}{ب} = مم^۲$ فرضیله س
 $ب (۱ \pm مم^۲)$ اشبو تعیر ۴۲ ماده سنه تطیقا حل اولندقدن

$$س = \frac{ب \sqrt{۲} \text{ حب } (۰ + ۰)}{\text{حب } ۰} \text{ اولور.}$$

تنبیه س $\frac{۰-ب}{۰+ب}$ تعبیری دخی لغارتمه ایله حساب اوله جق
 صورتہ ارجاع اوله بیلور ایسه ده فقط کسر مذکورک ایکی
 حدی دہ (ب) معترضہ سنہ آلا قد نصکرہ معترضہ دروننده تشکل
 ایدن $\frac{۰}{ب}$ کسری می ۰ یعنی $\frac{۰}{ب} = ۰$ می ۰ ایله وضع ای دیلوب
 و $۰ = ۰$ اولد یقندن

$$س = \frac{۰-۰}{۰+۰} = \frac{۰-۰}{۰+۰} = ۰$$

م $(۰ - ۰)$ اولور.

(۸) ۲ حب ب $\frac{۰}{ب}$ تعبیر جبرستنک لغارتمه ایله
 حل اوله جق بر صورتہ ارجاعی. تعبیر مذکور ی حب س $\frac{۰}{ب}$ حب س
 $=$ ل مبادلہ سی شکله قونیه بیلور.

(۱) (۲) معترضہ سنہ اخذ ایله

$$۲ \text{ حب } ب \frac{۰}{ب} = ۰$$

$$۲ \text{ (حب } ب \frac{۰}{ب} \text{ حب } ب) \text{ اولوب } \frac{۰}{ب} = ۰ \text{ فرضیله}$$

$$۲ \text{ حب } ب \frac{۰}{ب} = ۰ \text{ (حب } ب \frac{۰}{ب} \text{ حب } ب) = ۰$$

$$۲ = ۰ \text{ حب } ب \frac{۰}{ب} \text{ (حب } ۰ \text{ حب } ب \text{ حب } ب)$$

$$۲ = \frac{۰ \text{ حب } ب \text{ حب } ب + ۰ \text{ حب } ب \text{ حب } ب}{\text{حب } ۰}$$

$$۲ = \frac{۰ \text{ حب } (ب + ۰)}{\text{حب } ۰} \text{ اولور.}$$

(۲) طرفین معادله (و) ایله تقسیم اولندقدہ

$$\text{حب س} + \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \text{حب س} = \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \text{اولوب ق}$$

$$= \text{مم ه فرض اولندقدہ}$$

$$\text{حب س} + \text{مم ه حب س} = \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \text{طرفین معادله حب ه ایله ضرب اولندقدہ}$$

$$\text{حب س حب ه} + \text{مم ه حب س حب ه} = \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \times \text{حب ه}$$

$$\text{اولوب لکن مم} \frac{\text{حب ه}}{\text{حب ه}} \text{اولفله محله وضع ایله}$$

$$\text{حب س حب ه} + \text{حب ه حب س} = \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \text{حب ه یاخود}$$

$$\text{حب (س + ه)} = \frac{\text{ق}}{\text{ق}} \text{حب ه اولور.}$$

اوجنچی فصل اوزرینه اولان تطبیقاتک یدنجی مسئله سنده
کوریهلجکی اوزره اول (س + ه) وبعد (س) زاویه لری
تحصیل اولتور.

(۱۰) س > π اولق اوزره حب س حب^۲ س حاصل

ضربنده (س) زاویه سنک اعظمی قیمتی مطلوبدر.

حب س محله مساویسی اولان $\sqrt{1 - \text{حب}^2 \text{س}}$ وضع
اولندقدہ حب س $(\sqrt{1 - \text{حب}^2 \text{س}})$ اولوب اشبو حاصل
ضربک اعظمیتی تربیع ایله حصوله کلان حب^۲ س × (۱) —
حب^۲ س) تمیزندن تحصیل اولنه جنی حب^۲ س و ۱ —
حب^۲ س حدینی مجموعی ثابت وواحدده مساوی اولدیفندن
استدلال اولتور.

بوصورتہ حاصل ضرب مذکور اک اعظمی اولسی حدینک
قوتلریله متناسب اولسنه محتاج اولغله نسبت تنظیم اولندقده

$$\frac{\text{حس}^2 \text{ س}}{1 - \text{حس}^2 \text{ س}} = \frac{1}{3} \text{ ویا حس}^2 \text{ س} = \frac{1}{4} \text{ ویا خود حس س}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ و س} = 3^\circ \text{ اولور.}$$

اوچنجی فصل

(مثلثات جدولری)

{ باب اول }

۴۳. — مثلثات تطبیقاتنده اعطا اولنان قوسك راجع اولدینی
مثلثات خطلری ویا شبو خطله متعلق قوسلری طابق لازم
اولوب کفایت درجده متقارب فاصله ایله بر برینی تعاقب ایدن
قوسلو ایچون خطوط مذکورہ نك قیمتلری بیلدیرن جدولر
بوسیه مبنی انشا اولمشدر .

بر اصول اساسیه یاردمیله بومثللو جدولر انشا اولته بیله جکی
بیان الہ بقدر .

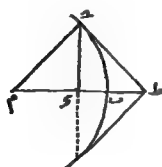
مثلثات خطلری اخذی ممکن اولان قیمت مطلقه لرینی برنجی
ربع دائرہ ده اخذ ایلدکلرندن قیم مذکورہ یی برنجی ربعده حساب
ایتمك کافی اولدینی کی الك بیوك قوسلر تماملری اوله رق (۰) الی
(۴۵) درجیه قدر اولان قوسلر ك جیلری (۴۵) درجده دن (۹۰)
درجیه قدر اولان قوسلر ك تمام جیلرینه مساوی اولدیتندن یالکتر
۴۵ درجیه قدر اولان قوسلر ك خطوط مثلثاتیہ سنك تعینی دخی
کافیدر .

الحاصل مثلثات خطلرندن بری معلوم اولدقجه مثلا جیب معلوم
بولدقجه سائرلری بولته بیلور .

امدی بو حالده بر قوسك برنجی ربعمه جینی حساب ایتمك
كافی اولدیندن ۱۰ ثانیه لك قوسك جینی استخراج ایتمك
لازمدر. بوندن حاصل اوله جق نتایجك قیمت نمنه لریدخی آتی.
الذكر دعاوی اساسیه ایله تقدیر اولنق ممكندر.

۴۴ دعوی ۱ — طقسانه درجده كویك اولاده قوسه
هیندره اعظم و محاسبه اصغر اولدی واقع اولور.

(شكل ۴۰) قوس \widehat{AB} = فرضیه \widehat{AC} و تری ۲ ب



خطه عموداً رسم، ط مماسی دخی رسم
اولندقدده اصول هندسه ده بیان اولدینی
اوزره $\widehat{AC} = \widehat{AB} = \widehat{AC}$ مم = اولوب
 $\widehat{AC} = \widehat{AB} = ۲$ حب ۲ اولور.

قطر $\widehat{AC} > \widehat{AB} > \widehat{AC}$ (شكل ۴۰)

یاخود ۲ حب $۲ > ۲ > ۲$ مم

بوصورنده حب $۲ > ۲ > ۲$ مم اولور.

نتیجه — زیاده کوچوك بر قوس كندی جیندن بك جزئی
فرق ایدر.

(یعنی اك اصغر بر قوسك جینی قوس مذکور طولنه همان
مساویدر).

بوصورنده سبقت ایدن غیر مساوات دستورنده اوچ مقدار

بز (حب ۵) ایله تقسیم اولندقدده $۱ > \frac{۵}{حب ۵} > \frac{۱}{حب ۵}$

حاصل اولوب امدی (۵) قوسنك تناقص ایتسنه وصفه منجر
اولسنه كوره تمام جیب تزايد وواحد مساوی اولور بو حالده
 $\frac{1}{5}$ نسبتی همان واحد قُرب ایدوب

و $\frac{5}{5}$ نسبتی كذلك واحد یاقلاشور سائر حدلرده
پك كوچوك برقوس وانك جیبی بربرلندن پك آز فرق ایدرلر
امدی قوس مذکور متقارب قیمتك اخذنده ایدیلان خطا
تجویز اولنور وزیرده کی دعوا واسطه سیله ایدیلان خطا نك
حدی حساب وتعیین قنور.

۴۵ دُوری ۲ - برنجی ربع داخلنده برقوس ایلد مپی
پیشده کی فرق قدس مذکور مكعبك ربعنده اقل اولور.

فی الحقیقه م $\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$ یاخود $\frac{\text{حب } \frac{1}{4}}{\text{حب } \frac{1}{4}} <$
 $\frac{1}{4}$ اولوب اشبو غیر مساواتك طرفینی ۲ محب $\frac{1}{4}$ ایله
ضرب اولندقه ۲ حب $\frac{1}{4}$ محب $\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$ محب $\frac{1}{4}$ یاخود حب $\frac{1}{4}$ محب $\frac{1}{4}$ ویاخود

حب $\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$ (۱ - حب $\frac{1}{4}$) اولور . اکر
حب $\frac{1}{4}$ محله $\frac{1}{4}$ وضع اولنور ایسه مقداری الك اعظمی
اولوب غیر مساوات کسب متانت ایدر وبو حالده

حب $\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$ (۱ - $\frac{5}{4}$) یاخود حب $\frac{1}{4} < \frac{1}{4}$ -

$\frac{5}{4}$ و ∞ — حب $\infty > \frac{5}{4}$ اولوب بوسورتده پك كوچوك
بر قوسك جيبي يرينه قوس مذكور قبول اولتور ايسه خطا
 $\frac{5}{4}$ مقدارندن اصغر اوله جني تبين ايدوب مطلوب ثابت اولور.
تبيه — كرك بو و كرك كچن دعوالردن اكلا شلديغه كوره
حب ∞ ، ∞ ايله $\infty - \frac{5}{4}$ ييتنده بولتوب بوسورتده $\infty <$
حب $\infty < \frac{5}{4}$ اولور.

۴۶ تيمه — برنجي ربع داخلنده بر قوسك تمام جيبي
۱ — $\frac{5}{4}$ ايله ۱ — $\frac{5}{4} + \frac{5}{4}$ ييتنده بولتور.
بوسورتده حب $\frac{1}{4}$ نك قيمتي $\frac{5}{4}$ ايله $\frac{5}{4}$ مقدارينك
مكعبينك ربعيله تناقص ايدن يعني $\frac{5}{4}$ ييتنده بولتور اكر
محس $\infty = ۱ - ۲$ حب $\frac{1}{4}$ دستورنده حب $\frac{1}{4}$ ∞
قيمتي $\frac{5}{4}$ مقدار اعظميسيله وضع اولتور ايسه معادله نك حد
ثابتي تناقص ايدوب دستور مذكور شو محس $\infty < ۱ -$
 $۲ (\frac{5}{4})$ يا خود محس $\infty < ۱ - \frac{5}{4}$ هيئته منجر اولور.
وبالعكس اكر حب $\frac{1}{4}$ ∞ حدي $\frac{5}{4} - \frac{5}{4}$ مقدار
اصغريسيله وضع اولتور ايسه معادله نك حد ثابتي ترايد ايدوب
مذكور دستور شو

محس $\infty > ۱ - ۲ (\frac{5}{4} - \frac{5}{4})$ و يا خود

مح $\frac{1}{2} > 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{11} - \frac{1}{22}$ اولور.

واکری غیر مساواتک طرف تاییسی $\frac{1}{22}$ ایله تزیاید ایتدیریلور
یعنی حد مذکور دن صرف نظر اولنور ایسه غیر مساوات
کسب متانت ایدوب اولخالده مح $\frac{1}{2} > 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{11}$
اولور.

مح $\frac{1}{2} - 1, \frac{1}{2} - 1$ ایله $\frac{1}{2} + \frac{1}{11} - 1$ اولور.

بوصورتده مح $\frac{1}{2} - 1, \frac{1}{2} - 1$ ایله $\frac{1}{2} + \frac{1}{11} - 1$

یئنده بولتروق $\frac{1}{2} - 1 > \frac{1}{2} + \frac{1}{11} - 1 > 1 - \frac{1}{2}$
صورتیله افاده اولنور.

بو حالده پک کوچک اولان بر قوسک تمام جیبی ایچون

$1 - \frac{1}{2}$ مقداری قبول اولنور ایسه ظهور ایدم جک خطا $\frac{1}{11}$ دن
اقل اولور.

۴۷ — حب $\frac{1}{2}$ و مح $\frac{1}{2}$ قیتمیری حساب ایتک .

۱۸۰° درجهک قوس π دیمک اولدینس دن تانییه بالتحویل
 $180 \times 60 \times 60 = 648000$ تانیه اولور .

امدی قوس $\frac{\pi}{648000} = \frac{1}{648000}$ اولوب اشبو کسردن چیقاجق
خارج قسمت ۰,۰۰۰۰۰۵ کسردن اصغر اولور .

اگر حب $\frac{1}{2}$ ایچون مقدار مذکور اخذ ایدیلجک اولور

$$۲ \text{ حب } ۵ \text{ حب } ط$$

$$= (ط + ۵) \text{ حب } + (ط - ۵) \text{ حب}$$

$$۲ \text{ حب } ۵ \text{ حب } ط \text{ دستور لرندن}$$

$$- \text{ حب } (ط + ۵) = \text{ حب } ۵ \times ۲ \text{ حب } ط -$$

$$\text{ حب } (ط - ۵)$$

$$- \text{ حب } (ط + ۵) = \text{ حب } ۵ \times ۲ \text{ حب } ط -$$

$$- \text{ حب } (ط - ۵) = \text{ حب } ۵ \times ۲ \text{ حب } ط -$$

$$\text{ حب } (ط - ۵) \text{ دستور لری تحصیل اولنوب}$$

$$۵ = ۲ ط \text{ فرض و محله وضع اولند قده}$$

$$- \text{ حب } (۱ + ۲) ط = \text{ حب } ۲ ط \times ۲ \text{ حب } ط -$$

$$\text{ حب } (۱ - ۲) ط \text{ و}$$

$$- \text{ حب } (۱ + ۲) ط = \text{ حب } ۲ ط \times ۲ \text{ حب } ط -$$

$$\text{ حب } (۱ - ۲) ط \text{ اولمغه}$$

$$ط = ۱ \text{ و متعاقباً } ۲ = ۱ \text{ و } ۲ = ۲$$

$$۳ \dots \dots \text{ الخ فرض اولند قلرنده}$$

$$\text{ حب } ۲ = \text{ حب } ۱ \times ۲ \text{ حب } ۱ -$$

$$\text{ حب } ۲ = \text{ حب } ۱ \times ۲ \text{ حب } ۱ -$$

$$\text{ حب } ۳ = \text{ حب } ۲ \times ۲ \text{ حب } ۱ - \text{ حب } ۱$$

$$\text{ حب } ۳ = \text{ حب } ۲ \times ۲ \text{ حب } ۱ - \text{ حب } ۱$$

$$\text{ حب } ۴ = \text{ حب } ۳ \times ۲ \text{ حب } ۱ - \text{ حب } ۲$$

$$\text{ حب } ۴ = \text{ حب } ۳ \times ۲ \text{ حب } ۱ - \text{ حب } ۲$$

حب ۵ = حب ۴ × ۲ حب ۱ - حب ۳
 حب ۵ = حب ۴ × ۲ حب ۱ - حب ۳
 اوتوز درجہدن بدأ ایله عمل مذکور قابل تحسین بروجہله
 ساده لشفیلور.

حب (۵ + ط) + حب (۵ - ط) = ۲ حب ۵ حب ط
 حب (۵ + ط) - حب (۵ - ط) = ۲ حب ۵ حب ط
 دستورلری تحریر وانلردن

حب (۵ + ط) = ۲ حب ۵ حب ط -
 حب (۵ - ط)

حب (۵ + ط) = حب (۵ - ط) -
 ۲ حب ۵ حب ط صورتلری اخراج اولندقدن صکره
 ۵ = ۳° فرضیله حب ۳° = $\frac{1}{4}$ اولدیفندن استخراج اولنان
 صورتلرده محکمه وضع اولندقده

حب (۳° + ط) = حب ط - حب (۳° - ط)
 حب (۳° + ط) = حب (۳° - ط) - حب ط اولوب
 (ط) مقداری اوتوز درجہدن کوچک اولدینی حالده کافهسی
 طرف تانیدن تحصیل اولتوب ساده برطرح ایله اوتوز درجہدن
 زیاده اولان قوسلرک جیلری وتتام جیلری تعیین اولتور.

تنیه ۱ - جیلری وتتام جیلری حساب ایتک ایچون
 بروجہ بالا مادهیه تطبیق ایدیلرک اولور ایسه قیمت عددیلرک
 تحقیقنه احتیاج مس ایدر زیرا عملیات اثناستنده ظهوره کلان
 برخطا بوندن صکره ایدیلرک حساباتک کافهستی نقصان قیلمغه

باعث اولور بوندن فضله حب ۱ و محب ۱ نك قيمتلىرى يالكر
مقارب اوله رق واقع اولوب خطالر حساباتك ايلرولمسيه
آرتوب مكمليت كسب ايدر بو صورت غير مناسبه يي تصحيح
ايتك ايجون تحصيل اولنان نتايج (قيمتلر) ك تحقيقنده انتخاب
اولنمش مناسب قوسلرك صحيح بر عددنك جيلريني و تمام
جيلريني طوغريجه تعيئنده دقت ايتك ايجاب ايدر . هنوز
بوسؤال ايكنجى فصلك برنجى تطبيقنده حل اولنمشدر (ماده
۳۸) دستورلرينك ياردميله ۹ دن ۹ يه يعنى طقوز درجه لك
قوسلرك جيلرى و تمام جيلرى تحصيل اولنوب صامپسون
دستورلريه حصوله كتوريلان عملياتك ترتيب جديدنك حركت
نقطه سى مثللو تقارب كافيه ايله طوغريجه حساب اولنمش اشبو
قيمتلر دخی آله بيلور.

تبيه ۲ — بعض اجراءات خصوصيه مثلثات تابعلرينك
قيم طبعيه سنى حاوى اولور فقط تطبيقاتك اكرئيسنده حسابلر
لغارتملر واسطه سيله اجرا اولندقلرندن بوسيله مستعمل جدوللر
يالكر قيم طبعيه نك لغارتملريني اعطا ايتلريه جدوللر داخله
حب . محب . مم . عم . مثللو درت تابعك فقط لغارتملرى
تحرير اولنمشدر .

اكر قاطع و تمام قاطعك لغارتملرينه احتياج مس ايدر ايسه
تمام جيب وجيب لغارتملريني اشارت معكوسه لريه اخذ ايتك
كافدر چونكه بونلرك مثلثات خطلى ديكر ايكي سنك عكسى
ترتيلرينه مساويدر .

باب ثانی

(مثلثات تابعلرینک لغارتمه جدوللری)

{ جدوللرک ترتیب واستعمالی }

۴۹ — مثلثات جدوللری ایکی نوع اولوب برنجیسی (قاله) و (دوپوی) مثللو ذاتلرک ترتیب ایتیش اولدقلری بیوک جدوللردرکه یدی مرتبه کسر اعشاری خانه سیله برابر صفردن طقسان درجهیه دکین اوزر ثانیه لک قوسلرک مثلثات خطلرینک لغارتمه لرینی و صفردن بش درجهیه قدر برر ثانیه متراید قوسلرک لغارتمه لرینی حاوی بولنور .

ایکنجیسی موسیو (لالاند) ک کوچک جدوللریدرکه دقیقه دن دقیقه آرمان قوسلرک مثلثات خطلرینک لغارتمه لرینی حاویدر بو نهایتکی لردن بعضیلری یدی خانه کسر اعشاری مرتبه سنده ترتیب اولتمشلردر اشبو جدوللرک کافه سنک ترتیبی عین حاله اولدیقتنن یالکر موسیو (لالاند) ک جدوللرینک ترتیبی بیان ایتمک کافیدر .

قوسک درجه لرینک عددی هر ستونک نامنه مضافدر (۰) دن ۹۰ درجهیه قدر صحیفه نك بالاسنه واشبو درجه لره نسبتی

اقتضا ایدن دقیقه لر صولده (ترجیمه سنده) کی برنجی ستونه یازلمشدر .

سائر ستونلر هر بری اسم مخصوص صلیله حب مماس عام مماس محب مثللو مثلثات تناسیلرینک لغاتمه لرینی حاویدر و بونلرک قرائتی ایسه یوقارودن اشاغییه اجرا اولنور وینه بویله جه ۴۰ دن ۹۰ درجه یه قدر عین ترتیب اوزره عکس جهته طوغری کیدر و قرائتی ایسه اشاغیدن یوقارویه اجرا اولنور بو حالده درجه لر صحیفه نک زیرینه ودقیقه لر صاغ طرف (ترجیمه سنده صول طرفده) کی برنجی ستونه تحریر اولنمشدر اشبو جهت معکوسده حب ستونی محب ستونه و علی الخصوص مماس ستونی عام مماس ستونه . . . الخ تحول ایلنمشدر بلاصعوبت بیلینورکه ۴۰ درجه دن بیوک اولان بر قوسک تمامیمی طیبی کندوسندن اصغر اوله جنی کی مقابلی قوسلرده دخی عین حال ظهوره کلور.

۵۰ — هر ایکی قوس متوالینک جیلرینک لغاتمه لری بیننده اولان فضلر جدول تفاضلی ستوتی تشکیل ایدوب مذکور فضلر یاردیمیه متوسط لغاتمه لر حساب اولنور وینه اصول مذکور مماس . . . الخ ایچون دخی عین وجهه جاریدر. تفاضل مذکوره جیب و مماسلر ایچون مبتدر چونکه اشبو تابعلر قوس ایله تزايد ایدر.

حالبوکه تمام جیب و تمام مماسلر ایچون منفی اولور چونکه اشبو تابعلر قوسک تزايدیه تناقص بولور.

بوندن فضله (دوپوی) و (هوئل) نام ذاتلرك جدوللری
اقسام متاسبه جدوللرینی حاوی اولدیقدن (لالاندك جدوللریله
اجراسی اقتضا ایدن بعض لازملی حساباته احتیاج قالماز.

كذلك مذکور تفاضل ستونی عماس و تمام عماسی دخی شامل
اولور زیرا بو خطلر معكوس اولدقلری حالده ۵، ط مثللو
ایکی قوس متوالیده مم ۵ × مم ۵ = مم ط عم ط یاخود

$$\frac{مم}{ط} = \frac{مم}{ط} \quad \text{اولوب لغارتمهیه تطبیق ایله}$$

لع مم ۵ — لع مم ط = لع عم ط — لع عم ۵ اولور.
ایکی قوسك مماسلرینك لغارتمه لری ییتسده اولان فضل
قوسین مذکورین جیب لغارتمه لری فضللریله تمام جیب لغارتمه-
لرینك فضللری مجموعندن عبارت بولنور. زیرا

$$مم ۵ = \frac{حب ۵}{حب ۵} ، مم ط = \frac{حب ط}{حب ط} \quad \text{اولوب بربری اوزرینه}$$

$$\frac{\frac{حب ۵}{حب ط}}{\frac{حب ۵}{حب ط}} = \frac{مم ۵}{مم ط} \quad \text{تقسیم اولدقلرنده}$$

لغارتمهیه تطبیق اولدقده

$$لع مم ۵ — لع مم ط = لع حب ۵ — لع حب ط +$$

لع حب ط — لع حب ۵ اولور .

تنیه ۱ — جدوللرك رؤیتنه كننجه (۹۰) ۹۰ یه قریب قوسلرك
تمام جیلری ایچون جدول تفاضلیلر غایت اصغر در شویله كه

تمام جيڪ لغارتمهسي اوزرينه قيمتك جزئي بر تحولي ياخود خفيف بر خطاسي بالعكس قوس اوزرينه كليتي تبدل حاصل ايدر بوكيفيت پك كوچك قوسلرك جيلرينه دخي تطبيق اولهـ. بيلور بو وجهله زياده كوچك بر قوسك جبي نقصان تحصيل اولنوب وطقسان درجهيه قريـب بر قوسك تمام جبي كذلك مكملاً تعين اولهـ من فقط اشبو خطالر ماسلرده وقوعبولمز.

تنيه ۲ — بالجله قوسلرك جيب وتمام جيلري واحددن كوچك اولوب وبويله جه قرق بش درجهـنـ كوچك قوسلرك ماسلري و ۹۰ ايله ۹۰ ييتنده اولان قوسلرك تمام ماسلري كذا واحددن اصغر اولهـ رق بولتمسيله كافهـ سنك مثلثات خطلرينك لغارتمهـلري منفياً واقع اولور امدى بعض جدوللرده منفي مرفوعلردن اجتناباً لغارتمهـلري (۱۰) ايله تزيد يعنى مرفوعى منفي لغارتمهـلره (۱۰) ضم اولتمشدر فقط عمليات حسابيهـده اشبو ضم فائدهـ سز اولمغله يـنه بومثللو لغارتمهـي اصل صحيحهـ ارجاع ايتك اولادر.

۵۱. — حساباتك صحيى نظر مطالعهـيه الـندقهـ كسر اعشارى مرتبهـسى يـدى خانه اولان جدوللر دها زياده محسـاتـيلـدر مثلاً بر مثلثك زاويهـلرينى اتناى حسابيهـده ظهور ايدهـ جـك مجموع خطا ۰,۲ ثانيه قدر اولمز حالوكـه كسر اعشارى مرتبهـسى بش خانهـلى اولان جدوللر ايله خطانك مقدارى (۱۸) ثانيهـ قدر تزايد ايدر كوچك وبيوك جدوللرك استعماللرينه كنـجـه

ایکسنگده نتیجہ لری بر اولہرق ظہور ایدر ایسہده فقط کوچک جدوللرک استعمالی صعوبتلیدر (دوپوی) نام ذاتک ترتیب ایتمش اولدینی جدوللر متاسب قسملری دخی حاوی اولدینشدن استعمالی کثیر وفائدہدن غیر حالیدر تطبیقاتہ کلنجہ کسر اعشاری مرتبہسی بش خانہلی اولان جدوللر دائماً قیمت تقریبیہ کافیہ اعطا ایتدیکندن حساباتی پک سرعتلی اجرا اولنور فن مساحہ وحکمت وجر افعال مسئلہلرنده وکذا (۴) یاخود (۵) حدایله معین معلوماتی حاوی مسئلہلرده اشبو ذکر اولنان جدوللری ترجیح ایتک اقتضا ایدر. (رہنہ) و (بورژہ) نامان ذاتلرک جدوللری دہا فائدہلی صورتہده استعمال اولنہیبیلوب جدوللری زیادہ قوللانیشلی بر حالہ کتورن حاشیہلرنندن ماعدا قرائتہ زیادہ الیق یعنی اوقونیشلی وتحریاتی غایت سہولتلی اولوق اوزرہ ترتیباتی حاویدر.

۵۲ — جدوللرک قنیشی استعمال اولنور ایسہ اولنسون بروجہ آتی ایکی مسئلہنک اصول حلنی بیلیمک لازمدر.

(۱) اعطا اولنمش بر قوس معلومک منسوب اولدینی مثلثات خطنی بولوق.

(۲) لغارتمہسی معلوم بر مثلثات خطنک راجع اولدینی الک کوچک قوسنی بولوق مسئلہلرنندن عبارت اولوب اصول حلک کیدیشاتی بیلدیرمک ایچون کسر اعشاری مرتبہسی یدی خانہلی

اولان (لالاند) ك جدوللريله مسائل مذكورہی حل ایتك
كافیدر .

مسئد ۱ — اعطا اولناه یر قوس معلومك منسوب اولمیری
مثلك منطك لغارتمسنى بولور .

اكر قوس مذکور (۹۰) دن اعظم اولور ایسه (ماده ۲۳)
اولا برنجی ربع دائرہ ارجاع ایتك ایجاب ایدر قوس مذکور
(۹۰) دن کوچک فرضیله

(۱) مثلاً حسب ۷ ۱۷ ۲۹ نك لغارتمسنى بولق مطلوب
اولسه بو حالده قوس (۴۰) دن کوچک اولمغه شمدی درجهی
جدوللرك صحیفه لرینك بالاسنده اراق ایجاب ایدوب بالای
صحیفه ده (۲۹) بولندی کی صحیفه مذکورہ نك صولدن (صاعدن)
برنجی ستونك (۱۷) یازیلان رقم قدر تعقیب ایدوب اشبو
(۱۷) دقیقه حداسنده بر جیب ستوننده یازیلی حسب ۱۷ ۲۹ نك
لغارتمسنى اولان ۱,۶۸۹,۴۳۲ عددی اخذ ایدیلور بعده لغارتمه
مذکورہ ایله قوسك ۶ تراید ایدن لغارتمه علیاسی ینتده اولان
و او خذاده جدول تفاضل داخلنده بولنان ۲۲۵۲ عدد
تفاضلیسی اخذ اولهرق بو حالده مأخوذ لغارتمه یدی خانه کسر
اعشاری مرتبه سنده ۲۲۵۲ عددی قدر تزید ایتدیریلور
اشبو ایکی جهته اولان تراید یکدیگریله همان متناسب کی عد
وقبول اولتمسینه جدولده بولنان لغارتمه ۲۲۵۲ عدد تفاضلیسك
 $\frac{۴۷}{۶۰}$ مثلنده یاخود انلرك حاصلی اولان ۱۷۶۴ واحد مترایدی

یدی خانه کسر اعشاری مرتبه‌سندۀ تزیید ایدیلوب ارانیلان لغارتمه مطلوبه ۱,۶۷۹۰۹۹۶ عددندن عبارت اولور که اصول حسابی بروجہ آتی کوسترلشد.

$$\text{لع حسب } ۱۷ \text{ } ۲۹ = ۱,۶۸۹۴۲۳۲$$

$$\text{لع } ۴۷ = ۱۷۱۴$$

$$\text{لع حسب } ۴۷ \text{ } ۱۷ \text{ } ۲۹ = ۱,۶۸۹۰۹۹۶$$

$$۱۷۶۴ = \frac{۴۷ \times ۲۲۵۲}{۰.۶}$$

(دوبوی) نك اقسام متناسبه علاوہ لی جدوللری بروجہ بالا اجرا اولتان ضرب و تقسیم کلفتلرینی اقتضا ایتدیرمیوب اشته مذکور جدوللر واسطه‌سیله بروجہ آتی حساب اولتور .

$$\text{لع } ۴۰ \text{ } ۱۷ \text{ } ۲۹ = ۱,۶۸۹۰۷۳۳ \text{ فضل } ۲۷۶$$

$$۲۶۳ = ۷$$

$$\text{لع } ۴۷ \text{ } ۱۷ \text{ } ۲۹ = ۱,۶۸۹۰۹۹۶ \text{ اولش اولور .}$$

(۲) حسب ۲۲, ۲۹ ۴۰ نك لغارتمه‌سنی بولمق مطلوب اولسه اشبو درجه‌نك منسوب اولدینی قوس (۴۰) دن اعظم اولسیله بو حالده عدد درجه‌نی صحیفه‌لرک زیرنده لرامق ایجاب ایدر (۴۰) بولندینی صحیفه‌نك صاعدن (صولدن) برنجی ستوننده محور (۲۹) دقیقه‌سنه دکیں واریلوب اشبو خذاده تمام جیب جدولندن ۲۹ ۴۰ نك تمام جینك لغارتمه‌سی اولان ۱,۷۶۴۱۳۱۱ عددی و جدول تفاضیلدن ۱۷۷۱ عددی اخذ اولتور سابق مسئلهده

اولدینی مثللو قوسك ۶ تزايديله يدي خانه كسر اعشاری مرتبه سی ۱۷۷۱ واحدی قدر لغارتماسندن تناقص ایدم جکندن بو حالده ۲۲,۵ قدر تزايد ایدن قوس لغارتمه جهتدن ۱۷۷۱ عددینك $\frac{۲۲,۵}{۶}$ مثلنجه تناقص ایدم جکی جهتله ارانیلان لغارتمه مطلوبه ۱,۷۶۰.۶۴۷ عددندن عبارت بولندینی بروجه آتی اصول ایله حساب اولنور.

$$\text{لع محب } ۲۹ \text{ } ۵۴ = ۱,۷۶۴۱۳۱۱$$

$$\frac{۶۶۴}{۲۲۵} =$$

$$\text{لع محب } ۲۹ \text{ } ۲۲,۵ \text{ } ۵۴ = ۱,۷۶۴.۶۴۷$$

$$- \frac{۲۲۵ \times ۱۷۷۱}{۶۰} = - ۶۶۴ \text{ اولور.}$$

مسئله ۲ — اعظا اولنسه بر لغارتمه نك شامل اولدینی اك كوچك قوسی بولور.

(۱) مطلوب اولان قوس (۵) حرفیله کوسترلده

$$\text{لع مم } ۵ = ۱,۸۷۵۴۳۲۸ \text{ فرضیله}$$

ماس ستوننده لغارتمه معطیه اقرب اولان ۱,۸۷۵۲۷۳۴ لغارتمه سی بولوب لغارتمه مذکورك ارانه ایلدیکی ۵۴ ۳۹ قوسی التوب یدی خانه كسر اعشاری مرتبه سنده اولان ۲۶۳۱ عدد متزایدی تفاضل جدولندن التدقنصكره لغارتمه معلومه ایله اشبو لغارتمه متقاربه ییتنده اولان ۱۵۹۴ فضلی دخی اخذ اولنهرق تعین اولنهرق عدد ثانیه (و) ایله اشعار اولدقدن ثانیه

مذکورہ نکتہ ۴۰ ۳۹ یہ علاوہ سی اقتضا ایتمکین بروجہ آتی نسبت تنظیم اولنور .

$$۳۶,۳۵ = \frac{۱۰۹۴ \times ۶۰}{۲۶۳۱} = \text{یا خود } ۱ = \frac{۱۰۹۴}{۲۶۳۱} = \frac{۵}{۶۰}$$

استخراج اولنغلہ مطلوب زاویہ ۵ = ۳۶,۳۵ ۴۰ ۳۹ اولوب اصول حسابی دخی

$$۱,۸۷۵۴۳۲۸ = \text{لح م } ۵$$

$$۱,۸۷۵۲۷۳۴ = \text{لح م } ۳۶,۵۳$$

$$۱۰۹۴ = \text{لح م } ۳۶,۳۵$$

$$۳۶,۳۵ = \frac{۱۰۹۴ \times ۶۰}{۲۶۳۱}$$

$$۵ = ۳۶,۵۳۳۶,۳۵ \text{ اولور .}$$

(دوپوی) ك جدولری استعمال اولنور ایکن متاسب قسملرك مندرج بولمیش اولسی حسیله حسابی سرعتله اجرا اولنوركه بروجه آتی کوسترلمشدر.

$$۴۳۹ \text{ فصل } ۱,۷۷۵۴۳۲۸ = \text{لح م}$$

$$۲۷۸ \quad ۱,۸۷۵۴۰۰۰ = \text{لح م } ۳۶,۵۳۳۰$$

$$۱۵ \quad ۲۶۳ \quad \text{ایچون } ۶$$

$$۲ \quad ۱۳ \quad \text{ } \quad ۰۳$$

$$۲ \quad ۰,۰۰$$

$$۱,۸۷۵۴۳۲۷ = \text{لح م } ۳۶,۵۳۳۶,۳۵ \text{ اولمش اولور.}$$

(۲) له محب س = $1,6044147$ اعطا اولمش بر لغارتمه
 اولسه محب جدولدن تحری اولدوقده مذکور لغارتمه $1,631$
 ایله $1,631$ تجیلرینک لغارتمه لری ارمه سنده بولندیقندن قوس
 مطلوب — 2498 تفاضلیله متناسب بر مقدارک ازیادیله
 $1,631$ لق قوسدن عبارت اوله جققندن بو حالده لغارتمه معطیه
 ایله $1,631$ مقدارینک محب لغارتمه سی ییننده اولان فضل —
 1437 اولغله بو صورتده فضل مذکورک ویره جکی عدد
 انیه یی $1,631$ به علاوه ایتمک اقتضا ایدر. مقدار مذکور
 دخی $= \frac{1437 \times 60}{2498} = 36,01$ اوله رق قوس مطلوب ایسه س =
 $1,631, 36,01$ اولمش اولور.

سائر مثلثات خطلری ایچون عین اصول وحساب اجرا
 اولتوب جیلر ایچون اولان حسابات مماسلر ایچون دخی طبقیسی
 وتام جیلر ایچون اولان حسابات تمام مماسلر ایچون دخی
 طبقیسی یاییلور.

﴿ تطبیقات ﴾

(۱) حب س = $\frac{2}{3}$ معادله سیله کوستریلان برکوجک مثبت قوسی
 حساب ایتمک. لغارتمه یه تطبیق ایدلرکده
 له حب س = $2 - 3$ یاخود
 له حب س = $0,3010300 - 0,47712125 = 1,8239088$
 له حب س = $1,8239088$

وياخود له حب $٤٩,٤٨,٣٠^{\circ} = ١,٨٢٣٨٩١٩$ فضل ٢٦٣
 $\sqrt{١٦٩٠} = \sqrt{٧}$ بولنور

امدى س $= ٤٩,٣٨,٣٧^{\circ}$ اولمش اولور.

سائر قوسلر (ماده ١٦) ده بيان ٢ و π + س و $(١+٥٢)\pi$
 — س دستورلنده و ايچون ١، ٢ و ٣ فرض و محلنه وضع ايدرك
 تعين اولتورلر.

مع ٢ س $= ٣$ ايله كوستريلان معادله دن س كيتنك اك اصغر
 مثبت قوسنى بولق.

مع ٢ س $= ١$ + م م س اولمله ١ + م م ٢ س $= ٣$ اولوب
 م م ٢ س $= ٢$ اولور.

لغاتعه تحويل ايله ٢ له م م س $=$ له $٢ = ٠,٣٠١٠٣٠٠$
 اوله رق له م م س $= ٠,١٥٠٠١٥٠$ و س $= ٠,٤٤٤٨^{\circ}$ اولمش
 اولور.

سائر قوسلر ٢ و π + س دستوريله تعين اولتورلر.

(٣) ٣ م م س + ٢ م م س $= ٥$ معادله سنده (س) مجهولنك
 قيمتى برنجى ربع دائره ده تعين ايتك.

م م س محلنه مساوى اولان م م ١ س وضع اولندقد.

$\frac{٢}{٣} + ٢ م م س = ٥$ ياخود ٢ م م ٢ س $= ٥$ م م س $+ ٣ = ٥$

اولوب اشبو ايكنجى درجه معادله حل اولندقد.

م م س $= \frac{١ + ٥}{٤} = \frac{٢٤ - ٢٥ + ٥}{٤} = ١$ يا $١,٥$

و س $= ٤^{\circ}$

ياخود م م س $= ١,٥$ اولديغه نظراً س $= ٥,٧٣١٦^{\circ}$ اولور.

(۴) مم ص = مم ب + مم ح معادله سندن (ص)
زاویه سنی حساب ایتمک .

ب = ۳۳°, ۲۴', ۳۰" ، ح = ۴۹°, ۱۹', ۴۰" فرضیه (ماده ۴۲)
دستور (۲۹) موجنبه مم ص = مم ب + مم ح معادله سی
شو صورتله

مم ص = $\frac{\text{حب (ب + ح)}}{\text{حب ب محب ح}}$ افاده اولوب لغارتمه سی الندقه
لح مم ص = لح حب (ب + ح) — لح محب ب —
لح محب ح اولوب

لح حب (ب + ح) = لح حب ۸۷°, ۴۴', ۱۰"

۱,۹۹۹۶۶۰۹

[°] لح حب ب = ۰,۱۰۵۹۰۳۹

لح محب ح = ۰,۱۸۵۹۳۱۸

لح مم ص = ۰,۲۹۱۴۹۶۶

ص = ۶۲° ۵۵' ۴۲,۸" اولش اولور .

(۵) محب ص = — $\frac{۲}{۴}$ معادله سندن (ص) کیتنک اذ
اصغر اولان مثبت قوسنی تعیین ایتمک . زاویه مذکور مک
متممی ع فرض اولندقه یکدیگریسک متممی اولان ایکی
زاویه مک تمام جیلری قیمتجه مساوی و اشارتجه مختلف بولنه .

[°] بر لغارتمه مک تمامی لغارتمه سی (لح) اشارتیه اراۃ اولمشدر .

جقلرندن بوضورته محب ع = — محب س = $\frac{۲}{۴}$ اولوب
لغارتمیه تطبیق ایدلده

لع محب ع = لع ۳ + لع ۴ اولهرق

$$\text{لع } ۳ = ۰,۴۷۷۱۲۱۲۵$$

$$\text{لع } ۴ = ۱,۳۹۷۹۴۰۰۱$$

$$\text{لع محب ع} = ۱,۸۷۵۰۶۱۲۶$$

$$\text{ع} = ۴,۶,۲۴,۱۴,۱۰ \text{ اولوب}$$

$$\text{و س} = ۱۸۰ - \text{ع} = ۱۳۸,۳۵,۲۵,۴ \text{ اولور.}$$

$$(۶) \text{ و} = ۴,۳۷,۱۹,۲۸,۰ \text{ ک} = ۶,۳,۴۷,۱۶,۰ \text{ اولوق}$$

اوزره حب س = حب و + حب ک معادله سندن سن
زاویه سنی : ایله ۹۰ بیتده حساب ایتمک .

$$\text{حب و} + \text{حب ک} = ۲ \text{ حب } \frac{۱}{۴} (و + ک) \text{ محب } \frac{۱}{۴}$$

(و — ک) اولمغله بو حالده

$$\text{حب س} = ۲ \text{ حب } \frac{۱}{۴} (۴,۱۶,۲۵,۰) \text{ محب } \frac{۱}{۴}$$

$$(۸,۳۲,۱۱) = ۲ \text{ حب } ۰,۲۳۲۳,۲۲ \text{ محب } ۹,۱۶۶,۴۶ \text{ لغارتمیه}$$

تحویل ایله

$$\text{لع حب س} = \text{لع } ۲ + \text{لع حب } ۰,۲۳۲۳,۲۲ + \text{لع}$$

$$\text{محب } ۹,۱۶۶,۴۶ \text{ اولور.}$$

$$\text{لع } ۰,۳۰۱۰۳۰۰ = ۲$$

$$\text{لع حب } ۱,۵۸۳۸۵۵۴ = ۲۲,۳۳,۲۰,۵$$

$$\text{لع محب } ۱,۹۹۷۷۹۳۱ = ۵,۴۶,۱۶,۹$$

$$\text{لع حب س } ۱,۸۸۲۶۷۸۵ =$$

$$\text{س } = ۴۹,۴۵,۱۳ \text{ اولش اولور.}$$

$$(۷) \text{ حب س } + \frac{۱۷}{۸} \text{ محب س } = \frac{۲}{۳} \text{ معادله سنی}$$

حل ایتمک.

هر بر قیمتک مماس فرضی ممکن اولدیفندن ه هر قنی
متوسط زاویه اولوق اوزره مم ه $= \frac{۱۷}{۸}$ فرض اولندقد
معادله معطیه شو حب س محب ه + محب س حب ه =
 $-\frac{۲}{۳}$ محب ه صورتی یاخود - حب (س + ه) =
 $\frac{۲}{۳}$ محب ه صورتی کسب ایدر.

$$\text{لع } ۱۷ = ۱,۲۳۰۴۳۸۸$$

$$\text{لع } ۸ = ۰,۹۰۳۰۹۰۰$$

$$\text{لع مم ه } = ۰,۳۲۷۳۵۸۹$$

$$\text{ه } = ۵۶ \quad ۴۷ \quad ۶۴$$

$$\overline{1,6292225} = \text{لع محب } ۵$$

$$\overline{0,3010300} = \text{لع } ۲$$

$$\overline{1,0228788} = \text{لع } ۳$$

$$\overline{1,4531313} = [\text{حب (س + ۵)}]$$

قوس مطلوب ۳۰ ۲۹ ۱۶ اولور .

امدی حب (س + ۵) منفی اولدینی کبی تقابل ایدہ جکی
اک اصغر و مثبت قوس ممکنہ اوچنچی ربع دائرہ نہایت بولہ
جفتدن بوصورتہ

$$(س + ۵) = ۳۰ \quad ۲۹ \quad ۱۹ \quad ۱۶ \quad ۱۳ \quad ۱۲ \quad ۱۱ \quad ۱۰ \quad ۹ \quad ۸ \quad ۷ \quad ۶ \quad ۵ \quad ۴ \quad ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰$$

$$\text{اولہرق اک اصغر منفی اولان قوسی دخی س} = -۳۰ \quad ۲۹ \quad ۱۶$$

$$-۵ = -۳۰ \quad ۲۹ \quad ۱۶ \quad ۱۱ \quad ۱۰ \quad ۹ \quad ۸ \quad ۷ \quad ۶ \quad ۵ \quad ۴ \quad ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰ \quad \text{اولور .}$$

۲ و ۳ + π و (۲ و ۱) + π - دستورلرینہ
تطبیقاً سائر قوسلر دخی بولنور .

$$(۸) \text{ حب } ۲ \text{ س} = ۵ \text{ محب س معادلہ سندہ } ۵ = ۱$$

$$۵ = ۰,۲ = ۵ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰ \quad ۵ = ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰ \quad ۵ = ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰ \quad ۵ = ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰ \quad ۵ = ۳ \quad ۲ \quad ۱ \quad ۰$$

اک کوچک قیمتنی تعیین ایتک مطلوبدر .

$$۲ \text{ حب س محب س} = ۵ \text{ محب س} \quad \text{یاخود}$$

$$\text{محب س (۲ حب س - ۵)} = ۰$$

(۱) محب س = ۰، س = $\frac{\pi}{2}$ ، س = ۲، و $\frac{\pi}{2} + \pi$

(۲) حب س = $\frac{5}{2}$

تطبيقات

۵ = ۱، حب س = $\frac{1}{2}$ ، س = ۳۰°

۵ = ۲، حب س = ۱، س = ۹۰°

۵ = $\sqrt{2}$ ، حب س = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، س = ۴۵°

۵ = $\sqrt{3}$ ، حب س = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، س = ۶۰°

❧ در درنجی فصل ❧

(مثلثك حللری)

❧ باب اول ❧

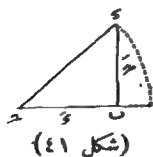
(مثلث قائم الزاویهلرك بیانی)

بر مثلثك زوایای ثلثیسی ب ، ج ، د و اشبو زاویهلره مقابل ضلعلری دخی ب ، ج ، د حرفلریله اشارت ایدیلوب ب حرفی ایسه مثلث قائم الزاویهلرده دائماً زاویه قائمینی و ب حرفی وتر قائمینی اراهه ایدر.

۵۳ دعوی ۱ — بر مثلث قائم الزاویهلده زاویه قائمینی محیط اولاده ضلعلرده هربری وتر قائمینك ضلعین مذکورین قارشمینده واقع زاویه هیلیرینه و یا خود اتصاللرینه اولاده زاویه تمام هیلیرینه مستطیلنه مساوی اولور.

مثلا (شکل ۴۱) ب ج د مثلث قائم الزاویهلنده ج نقطهسی

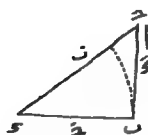
مرکز ج د نصف قطریله بر قوس دایره رسم اولندقدنه



$$\frac{ج}{ب} = \frac{د}{ج} = ج \quad \text{(ماده ۲)}$$

اولوب ج = ب حسب ج اولور.

ح ز زاویه‌لری یکدیگرینک تمامی بولماریله حب ح =
 محب و اوله جفتدن بو صورتده ح = ح محب و اولوب عین
 اصول ایله دخی ح = ح محب و ، ح = ح محب و اولور .
 تنیه . — مذکور دعوی (ماده ۳۱) ده بیان اولنان
 مرتسباتک اساس دعواسنک برتطیقندن عبارتدر زیرا زاویه
 قائمه‌یی محیط اولان ضلع قائم‌لردن هر قنقی بری وتر قائمه‌نک
 مرتسمی اوله رق بو صورتده



$$\begin{aligned} \text{ح} &= \text{ح محب و ، ح} = \text{ح محب و} \\ \text{ح} &= \text{ح محب و ، ح} = \text{ح محب و} \end{aligned}$$

اولور .

۵۴ دعوی ۲ — برملت قائم الزامیده (شکل ۴۲)

زاویه قائم‌یی محیط اولانه ضلع‌لردنه هر قنقی بری دیگرینک
 ضلع مطلوب قارشوسنره واقع زاویه محاسبه یاغور ضلع
 مذکورک مجاری اولانه زاویه‌نک تمام محاسبه مستطیله مسایره .
 بونک ایچون (شکل ۴۲) ح نقطه‌سی مرکز ح ب نصف
 قطریله بر قوس دائره رسم اولدوقده (ماده ۷)

$$\text{م} = \frac{\text{ح}}{\text{س}} = \frac{\text{ح}}{\text{و}} \text{ بو حالده } \text{ح} = \text{م} \text{ ح اولوب}$$

و ، ح زاویه‌لری یکدیگرینک تمامی اولدقلرندن م = م ح
 اوله رق ح = م ح وینه عین اصول ایله ح = م ح ،
 ح = م ح اولور .

تیه — اشبو دعوی بوندن اولکندن دخی استخراج
اولنه بیلور زیرا $\angle = \angle$ حب و ، $\angle = \angle$ حب و معادله -
لری یک دیکری اوزرینه تقسیم اولدقدہ

$$\frac{\angle}{\angle} = \frac{\angle \text{ حب و}}{\angle \text{ حب و}} = \text{مم و معادله سنی حاصل ایدر لر.}$$

اشبو ایکی دعوی بر مثلث قائم الزاویه بی اعطا اولتان معلوماته
کوره حل ایتک ایچون کافی اولوب اصول حلی ایسه درت
احتمالی حاویدر.

(۱) زاویه هاده لر زره بریده وتر قائمک

(۲) زاویه قائم بی محیط اولاده ضلع لرده بریده وتر قائمک

(۳) زاویه هاده ایدر زاویه قائم بی محیط اولاده ضلع لرده

برینک

(۴) زاویه قائم بی محیط اولاده ضلع لرک معلوم اولسی

اشبو درت احتمالدن هر قننی بری تصادف ایدر ایسه مثلث
قائم الزاویه نک مجهولات باقیه سی استخراج اولنور .

۵۵ — برنجی احتمال . (ب) وتر قائم سی (ج) زاویه

حاده سی معلوم اولان مثلث قائم الزاویه نک (د) زاویه سیله (ه)

و (و) ضلع لرینک حلی مطلوب اولسه شو صورتله تعیین اولنور .

مطلوب اولان (د) زاویه سی معلوم اولان (ج) زاویه سنک تمامی

اولدیفندن $\angle = ۹۰^\circ - \angle$ اولور .

امدی (ماده ۵۳ دعوی ۱)

ج = ح ح ح ، ز = ح ح ح اولوب مجهولات
باقیه بوصورتله حل اولنمش اولور.

۵۶ — ایکنجی احتمال (ح) ضلع قائمیه ح زاویه حاده سی
معلوم اولان مثلث قائم الزاویه نك (ز) زاویه حاده سیله (ح)
وتر قائمسی و (ز) ضلعنی حساب ایتمک مطلوبدر. ز زاویه سی
ح زاویه سنک تمامی اولدیفندن ز = ۹۰° — ح اولور (ماده
۵۳ دعوی ۱) ج = ح ح ح اولوب ح اولوب $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$ اولور.
(ماده ۵۴ دعوی ۲) ز = ح ح ح اولوب مجهولات
باقیه دخی تحصیل اولنمش اولور.

۵۷ — اوچنجی احتمال (ح) ضلع قائمیه ح وتر قائمسی
معلوم اولان مثلث قائم الزاویه نك (ح) و (ز) زاویه لريله (ز)
ضلعنی حساب ایتمک مطلوبدر.

مقدما بیان اولندیغی وجهله ح ح ح = ح ح ح = $\frac{\text{ح}}{\text{ح}}$
اولوب ز ضلعی دخی ز = $\sqrt{\text{ح}^2 - \text{ح}^2}$ دستوريله تعین اولنور
ایسه ده دستور مذکوری لغارتمه ایله حساب اولنه جق برصورت
ارجاع ایتمک لازم کلوب بونک ایچون مجذور مذکوری مضروینه
تفریق و محنته وضع ایلدکده ز = $\sqrt{(\text{ح} + \text{ح})(\text{ح} - \text{ح})}$
اولوب مطلوب حاصل اولور.

نتیسه — ح ضلعی ح دن جزئی فرق ایلدیکی حالده

حسب $\hat{c} = \text{محد } s = \frac{\hat{c}}{\hat{c}}$ دستوری بر قیمت متقاربه غیر

کافیه اعطا ایدر. زیرا $\frac{\hat{c}}{\hat{c}}$ نسبتی واحد اقرب اولدیفندن (\hat{c})

زاویه سی (۹۰) دن و (s) زاویه سی دخی صفردن جزئی فرق ایدر اشبو زاویه لر (ماده ۵۰ تنیه) حاصل تحصیلرنده خطالی بولنه جقلرندن اولخالده.

م $\frac{1}{r} s = \sqrt{\frac{1 - \text{محد } s}{1 + \text{محد } s}}$ (دستور ۲۰) دستورینی استعمال ایتک مرجحدر.

و کذا محد $s = \frac{\hat{c}}{\hat{c}}$ اولدیفندن دستور مذکورده محله وضع ایله

$$\sqrt{\frac{\frac{\hat{c}}{\hat{c}} - 1}{\frac{\hat{c}}{\hat{c}} + 1}} = \frac{1}{r} s = \text{م}$$

اشبو دستور بالکر $\hat{c} + \hat{c}$ ایله $\hat{c} - \hat{c}$ حدلرینک نصارتعلرینی اراق و (\hat{c}) ضلعی دخی حساب ایتک کبی محسناتی شاملدر.

۵۸ — دردنجی احتمال. زاویه قائمیهی محیط اولان \hat{c} ، \hat{c} ضلعلری معلوم اولان مثلث قائم الزاویه تک (\hat{c})، (s) زاویه لرینی و (\hat{c}) وتر قائمیهی حساب ایتک مطلوبدر.

(ماده ۵۴) زاویه حاده لری مم = ح = مم = س $\frac{ح}{س}$ دستور.

لریله تعیین اولتور.

وتر قائمه سی $س^۲ = ح^۲ + س^۲$ دستور لریله حساب اولنه.

بیلور ایسه ده فقط $س = \frac{ح}{س}$ لغارتمه دستوری نی استعمال

ایتمک مرجحدر

زیرا (ح) زاویه سی کندی مماسی واسطه سیله معلوم دیمک

اولدیغندن حب ح سهولتله تحصیل اولتور.

وسطح مثلث س ایله کوستریلور ایسه $س = \frac{۱}{۴} ح$ اولور.

« اصول حسابی کوسترن »

{ مثال عدویه بیانی }

آتی الذکر مثاللرده درت احتمال عین برمثله نسبت اولتوب

تحقیقه خدمت ایدر وامثله مذکوره بش خانه کسرا عشاری مرتبه.

سفی حاوی اوله رق ترتیب اولنان جدول لر ایله حساب ایدلمشدر.

برنجی احتمال.

$$\left. \begin{array}{l} ۹۰ = س \\ ۱۲۵۴ = س \\ ۴۲۴۸ = ح \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

زراع اعشاری

$$س = ۹۰ - ح = ۴۲۴۸ - ۴۷۱۲ = ۴۷۱۲$$

$$\left. \begin{array}{l} س = ح - ح = ح \\ س = ح - ح = ح \\ س = ح - ح = ح \end{array} \right\} \text{دستور لر}$$

$\begin{array}{r} \text{لح } \bar{ب} = ۳,۰۹۸۳۰ \\ \text{لح حب } \bar{ح} = ۱,۸۶۵۵۴ \\ \hline ۲,۹۶۳۸۴ \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{لح } \bar{ب} = ۳,۰۹۸۳۰ \\ \text{لح حب } \bar{ح} = ۱,۸۳۲۱۵ \\ \hline ۲,۹۳۰۴۵ \end{array}$
$\begin{array}{l} \bar{س} = ۹۲۰,۰۸ \text{ ذراع اعشاری} \\ \text{اولش اولور.} \end{array}$	$\begin{array}{l} \bar{ح} = ۸۵۲,۰۲ \\ \text{ایکنجی احتمال.} \end{array}$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{ب} = ۹۰^{\circ} \\ \bar{ح} = ۸۵۲,۰۲ \\ \bar{ح} = ۴۲^{\circ} ۴۷' \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

$$\bar{س} = ۹۰^{\circ} - \bar{ح} = ۹۰^{\circ} - ۴۲^{\circ} ۴۸' = ۴۷^{\circ} ۱۲'$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{ب} = \frac{\bar{ح}}{\bar{س}}, \text{ لح } \bar{ب} = \text{لح } \bar{ح} - \text{لح حب } \bar{ح} \\ \bar{س} = \bar{ح} \times \bar{م}, \text{ } \bar{س} = \text{لح } \bar{ح} + \text{لح عم } \bar{ح} \end{array} \right\} \text{دستورلر}$$

$\begin{array}{r} \text{لح } \bar{ح} = ۲,۸۳۰۴۵ \\ \text{لح عم } \bar{ح} = ۰,۰۳۳۳۸ \\ \hline ۲,۹۶۳۸۳ \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{لح } \bar{ح} = ۲,۹۳۰۴۵ \\ \text{لح حب } \bar{ح} = ۱,۸۳۲۱۵ \\ \hline ۳,۰۹۸۳۰ \end{array}$
$\begin{array}{l} \bar{س} = ۳۲۰,۰۸ \text{ ذراع اعشاری} \\ \text{اولش اولور.} \end{array}$	$\begin{array}{l} \bar{ب} = ۱۲۵۴ \end{array}$

اوچنچي احتمال.

$$\left. \begin{array}{l} 90 = \bar{b} \\ 297,80 = \bar{b} \\ 288 = \bar{c} \end{array} \right\} \text{ معلومات}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{(\bar{c} - \bar{b})(\bar{c} + \bar{b})} = \bar{s} \\ \sqrt{\frac{\bar{c} - \bar{b}}{\bar{c} + \bar{b}}} = \bar{s} \frac{1}{\bar{r}} \end{array} \right\} \text{ دستور}$$

$$\bar{s} = \frac{1}{\bar{r}} [\text{لع}(\bar{c} + \bar{b}) + \text{لع}(\bar{c} - \bar{b})]$$

$$\text{لع} \bar{r} \bar{s} = \frac{1}{\bar{r}} [\text{لع}(\bar{c} - \bar{b}) - \text{لع}(\bar{c} + \bar{b})]$$

$$\left. \begin{array}{l} 780,7 = \bar{c} + \bar{b} \\ 9,7 = \bar{c} - \bar{b} \end{array} \right\} \text{ حسابات متوسطه ذراع اعشاري}$$

$$0,98677 = \text{لع}(\bar{c} - \bar{b})$$

$$2,89526 = \text{لع}(\bar{c} + \bar{b}) -$$

$$2,09101$$

$$1,04585 = \text{لع} \bar{r} \bar{s} \frac{1}{\bar{r}}$$

$$6,20,25 = \bar{s} \frac{1}{\bar{r}}$$

$$87,19,10 = \bar{c} \text{ و } 12,40,50 = \bar{s}$$

$$2,89526 = \text{لع}(\bar{c} + \bar{b})$$

$$0,98677 = \text{لع}(\bar{c} - \bar{b})$$

$$3,88203$$

$$3,94101 = \bar{s} \text{ لع}$$

$$87,30 = \bar{c} \text{ ذراع اعشاري}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۹۰^\circ = \text{ب} \\ ۸۷ = \text{ح} \\ ۸۷,۳۰ = \text{س} \end{array} \right\} \text{معلومات}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مم ح} = \frac{\text{ح}}{\text{س}}, \text{لع مم ح} = \text{لع ح} - \text{لع س} \\ \text{ب} = \frac{\text{ح}}{\text{ح س}}, \text{لع ب} = \text{لع ح} - \text{لع ح س} \end{array} \right\} \text{دستورلر}$$

$\begin{array}{r} \text{لع ح} = ۲,۵۸۸۸۳ \\ \text{لع ح س} = ۱,۹۸۹۲۷ \\ \hline ۲.۵۹۹۵۶ \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{لع ح} = ۲,۵۸۸۸۳ \\ - \text{لع س} = ۱,۹۴۱۰۲ \\ \hline ۰,۶۴۷۸۱ \end{array}$
$\text{ب} = ۳۹۷,۷۰ \text{ زراع اعشاری}$	$\text{ح} = ۰,۷۷۱۹۱۰^\circ = ۱۳۴۰^\circ \text{ اولش اولور.}$

تطبیقات

(۱) ضلع قائمک یکدیگرینه نسبتی ایله وتر قائمسی معلوم اولان مثلث قائم الزاویه نك مجهولات باقیه سنی استخراج ایتمک. ضلعین مذکورین بیتنده اولان نسبت زاویه حاده لردن برینک مماسه مساوی اولدیقتدن $\frac{\text{ح}}{\text{س}} = \text{مم ح} \text{ اولوب اشبو مسئله برنجی احتماله مطابقدر.}$

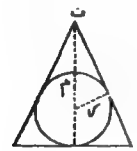
هندسه کورلیدیکی اوزره بر مثلث قائم الزویه نك ضلع قائمتری مجموعی وتر قائمسیله داخلنه مرسوم دائره سی نصف قطرینك ضعی مجموعنه مساوی اولدیقدن بو صورتله \angle وتر قائمسیله \angle $2 + \angle$ م مقداريله معین ضلع قائمتری مجموعی معلوم اولان مثلثك مجهولات سائره سی دخی تعیین اولنور.

طبق مسئله سابقه مثللو اجرای عمل ایله.

مح $\frac{1}{2} (s - \angle) = \frac{\sqrt{2 + \angle}}{2\sqrt{\angle}}$ دستورندن $\frac{1}{2} (s - \angle)$ بعد تعیین و $\frac{1}{2} (s + \angle) = \angle$ اولدیقدن بو حالده \angle ، s زاویه لری بالسهوله تعیین اوله جقلری کبی \angle ، \angle ضلع لری دخی تحصیل اولنور .

(۶) م ارتفاعيله داخلنه مرسوم دائره نك سر نصف قطری معلوم اولان مثلث متساوی الساقینك حلی مطلوبدر.

ب رأس زاویه سنی م ارتفاعی ایکی مساوی قسمه تقسیم ایله یکنندن $\frac{1}{2}$ مقداری \angle ، s زاویه لرندن هر برینك تمامی اولور.



مرکز دائره ایله مساوی ضلع لردن برینك تماس نقطه سی وصل اولندقدنه $r = (s - \angle)$ حب $\frac{1}{2}$ و بورادن حب $\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{s - \angle}}{r}$ اولور .

وبو واسطه ایله سائر زاویه لر دخی تعیین اولنور لر . مثلث دخی

$$\frac{۲ \times ۲۲ \times \text{حب } \frac{۱}{۲} s}{۲ \times \text{حب } \frac{۱}{۲} s + \text{حب } \frac{۱}{۲} s} = \frac{۲۲ (۱ + \text{حب } s)}{\text{حب } s} = s$$

یا خود $s = ۲۲ \text{ مم } \frac{۱}{۲} s$ اولور.

ایکنجی اقص اشارتنه نظراً دخی

$$\frac{۲ \times ۲۲ \times \text{حب } \frac{۱}{۲} s}{۲ \times \text{حب } \frac{۱}{۲} s - \text{حب } \frac{۱}{۲} s} = \frac{۲۲ (۱ - \text{حب } s)}{\text{حب } s} = s$$

ویا خود

$s = ۲۲ \text{ مم } \frac{۱}{۲} s$ اولور.

﴿ باب ثانی ﴾

(مثلث مائل الزوايا نك صورت حللری)

۹۵ دعوی ۱ — بر مثلثه ضلعار مقابل بولتانه زاویه لرك

میلیریه متناسب اولور .

مثلاً ب ح و مثلثك و رأسندن (شكل ۴۳) ب ح قاعده سی

اوزرینه و یاخود (شكل ۴۴) قاعده مذكوره نك اخراجی

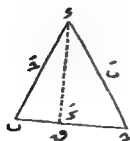
اوزرینه و ق عمودی رسم اولندقدہ برنجی حالہ نظر آ و ق ،

و ح و مثلث قائم الزاویہ لرندن و ق = ح ح ب ، و ق =

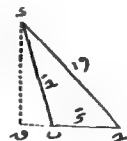
ب ح ح و معادله لر ی تعیین و مساوی لردن بر معادله تشکیل

اولندہ ح ح ب = ب ح ح و یاخود

$$\frac{\text{ح ح ب}}{\text{ح ح ب}} = \frac{\text{ب ح ح}}{\text{ح ح ب}} \quad \text{اولور .}$$



(شكل ۴۳)



(شكل ۴۴)

ایکنجی حالہ نظر آ کدک و ق = ح ح ب اولور . زیرا (ماده

۲۰) ب زاویه سنك متممی بولتان زاویه لرك جیلری مساوی بولنوب

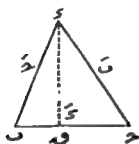
وبته و ق = ب ح ح و اولورکه مساوی لردن بر معادله تشکیل ایله

$\frac{\bar{c}}{\text{حس } \bar{c}} = \frac{\bar{c}}{\text{حس } \bar{c}}$ بولنوب و بونملو اثبات اولنورکه

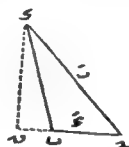
$\bar{c} \text{ حس } \bar{c} = \bar{c} \text{ حس } \bar{c}$ دخی اولاجقندن بوسورتده

$$\frac{\bar{c}}{\text{حس } \bar{c}} = \frac{\bar{c}}{\text{حس } \bar{c}} = \frac{\bar{c}}{\text{حس } \bar{c}} \text{ اولور}$$

۶۰ دعوی ۲ — بر مثلثه بر ضلعنك مربعي ديكر ايكي ضلعنك مربعي مجموعيد ضلعين مذكورينك بر بيرد مستطينك ضلعنك پينلرنه واقع زاوينك تمام مينه حاصل ضربی پينلرنه کی فضا مساوی اولور.



(شکل ۴۵)



(شکل ۴۶)

(۱) ب زاویه سی حاده اولدیفه کوره (شکل ۴۵) س رأسندن ب ح قاعده سی اوزینه س و عمودی رسم اولندقه هندسه کورلیدیکی اوزره $\bar{c} = \bar{c} + \bar{c} - \bar{c} \times \bar{c}$ ب و اولوب لکن ب و $\bar{c} \text{ حس } \bar{c}$ ب اولدیفندن محله وضع اولندقه $\bar{c} = \bar{c} + \bar{c} - \bar{c} \times \bar{c}$ ب و اولور.

(۲) ب زاویه سی منفرجه اولدیفه کوره

$\bar{c} = \bar{c} + \bar{c} + \bar{c} \times \bar{c}$ ب و اولوب حالبوکه ب و $\bar{c} \text{ حس } \bar{c}$ ب و اولدیفندن واشبو زاویه ب زاویه سنك متممی بولدیفندن $\bar{c} \text{ حس } \bar{c} = -$ ب و اوله رق ب و

$=$ — \bar{c} محب ب اولفله محله وضع اولندقدم $\bar{c} = \bar{c}$
 $+ \bar{s} - \bar{c} = \bar{c}$ و \bar{c} محب ب اولور.

تیه — اشبو دعوی واسطه سیله مثلث اقسام ستسی
 ایچون بروجه آتی اوج دستور تحصیل اولنور.

$$(1) \begin{cases} \bar{c} = \bar{c} + \bar{s} - \bar{c} = \bar{c} \\ \bar{c} = \bar{c} + \bar{s} - \bar{c} = \bar{c} \\ \bar{s} = \bar{c} + \bar{c} - \bar{c} = \bar{c} \end{cases}$$

بونلردن ماعدا دیگر مناسباته دخی موفق اولنه بیلور.

مثلا $\bar{s} = \bar{c} + \bar{c}$ و \bar{c} و اوله رق $\bar{c} = \bar{c}$ محب \bar{c}
 و کذا $\bar{c} = \bar{c}$ محب ب اولدقلرندن محله وضع ایله

$$(2) \begin{cases} \bar{s} = \bar{c} + \bar{c} = \bar{c} \\ \bar{c} = \bar{c} + \bar{s} = \bar{c} \\ \bar{c} = \bar{c} + \bar{s} = \bar{c} \end{cases}$$

و $\bar{c} = \bar{c}$ محب $\bar{s} + \bar{s}$ محب ب تحصیل اولنور

قرقی طقوز ماده سنده کی استخراج اولنان

$$(3) \begin{cases} \frac{\bar{s}}{\bar{c}} = \frac{\bar{c}}{\bar{c}} = \frac{\bar{c}}{\bar{c}} \\ \bar{s} + \bar{c} + \bar{c} = 180^\circ \end{cases}$$

دستور لری تحصیل اولنور.

$$[4] \bar{c} : (\bar{c} + \bar{s}) = \text{محب} \frac{1}{4} (\bar{s} + \bar{c}) : \text{محب} \frac{1}{4} (\bar{s} - \bar{c})$$

$$\bar{c} : (\bar{c} - \bar{s}) = \text{حب} \frac{1}{4} (\bar{s} + \bar{c}) : \text{حب} \frac{1}{4} (\bar{s} - \bar{c})$$

$$\bar{c} + \bar{s} : \bar{c} - \bar{s} = \text{مم} \frac{1}{4} (\bar{s} + \bar{c}) : \text{مم} \frac{1}{4} (\bar{s} - \bar{c})$$

ظهور ایدن اشبو نسبتلر بالهندسه تعیین اولنورلر.

بر مثلثی حل ایتمک ایچون معادلانک اوج حالی اولوب
 فقط بر مثلث بری ضلع جنسندن اولمق اوزره اوج معلومات
 واسطه سیله تعین اولنمق (۳) رقیله کوستریلان معادلات مثلثک
 اقسام ستسی اره سنده کی مربوطیتی ارانه ایدن یالکر بشقه جه
 دستورلردر

ب ح ی مثلثنده ب نقطه سی مرکز اعتبار ایدیلرک ب ح نصف
 قطرله رسم اولنان نصف دائرة قوسی ب ی خطی ط، ی نقطه لرنده
 قطع ایتمکله

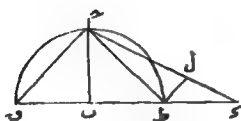
$$\frac{s+\gamma}{2} - 90^\circ = \beta \quad \frac{1}{4} = \beta$$

$$\frac{s+\gamma}{2} - 180^\circ = \beta \quad \frac{1}{4} + 90^\circ = \gamma$$

$$\frac{s-\gamma}{2} = \gamma \quad \beta$$

$$\frac{s-\gamma}{2} + 90^\circ = \gamma \quad \beta$$

حادث اولان ی ح ی مثلثنده



(شکل ۴۷)

$$\gamma : \gamma : \gamma = \beta : \beta : \beta$$

ویا خود

$$\beta : \gamma + \gamma = \beta : \frac{1}{4} (s + \gamma) : \frac{1}{4} (s - \gamma)$$

$$\text{و کذا } \gamma : \gamma : \gamma = \beta : \gamma : \gamma = \beta : \gamma : \gamma$$

$$\beta : \gamma - \gamma = \beta : \frac{1}{4} (s + \gamma) : \frac{1}{4} (s - \gamma)$$

اوجنچی مناسبی استحصال ایچون ط نقطه سندن ح ی خطنه
 موازی ط ل غطی رسم اولندقدده اشبو خط ح ط خطنه عمود اولور.
 ط ح ی، ط ح ل مثلث قائم الزویه لرنده

$$\frac{\gamma}{\gamma} = \frac{1}{4} (s + \gamma)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma} = \frac{1}{4} (s - \gamma)$$

اشبو اوچ حالک هر بری دیگر اینکینه بالسهوله ارجاع
ایدیله بیلور .

۶۱ — اعطا اولنان معلوماته کوره بر مثلك حلتده
باشلوجه درت احتمال واردور.

(۱) برضلعیه ایکی زاویه سی

$$\text{م} \frac{\frac{1}{4}}{(s + c)} = \frac{ق \quad ط}{ط \quad ل} \text{یا خود} \frac{س \quad ق}{ط \quad س} \text{اولور بوصورتنده}$$

$$\frac{\text{م} \frac{\frac{1}{4}}{(s + c)}}{\text{م} \frac{\frac{1}{4}}{(s - c)}} = \frac{ک + ح}{ک - ح} \text{اولور}$$

نتیجه — مثلك اضلاع ثلثه سی مجموعی ۲ ق ایله اراثة اولنور
ایسه برنجی تناسبدن

$$\text{ح} \frac{\frac{1}{4}}{ب} = \frac{ب}{ق \quad ۲} \text{یا خود}$$

$$\text{ع} \frac{\frac{1}{4}}{ب} = \frac{\text{ح} \frac{\frac{1}{4}}{ب}}{ق \quad ۲} \text{اولغله}$$

برمثلده ب : ۲ ق = ح : ح + ح + ح + ح + ح + ح اولوب بوجالده

ح : ب + ح + ح + ح + ح + ح = ع : ح + ح + ح + ح + ح + ح
ح : ب + ح + ح + ح + ح + ح = ع : ح + ح + ح + ح + ح + ح

ایکنجی تناسبدن

$$\frac{ب}{ق \quad ۲} = \frac{\text{ح} \frac{\frac{1}{4}}{ب}}{\text{ح} \frac{\frac{1}{4}}{ب} + ح \frac{\frac{1}{4}}{ب} + ح \frac{\frac{1}{4}}{ب} + ح \frac{\frac{1}{4}}{ب} + ح \frac{\frac{1}{4}}{ب} + ح \frac{\frac{1}{4}}{ب}}$$

(۲) ایکی ضلع و اشبو ضلعدرده هر قعی برینک مقابل

زاویه سی

(۳) ایکی ضلع دیننده واقع زاویه

(۴) اضلاع تنه سی. معلوما اعطا اولنمیدر.

۶۲ احتمال ۱ — \bar{c} ضلعيله \bar{c} زاویه لری معلوم اولان

مثلثک ب زاویه سیله \bar{c} ضلع لری مطلوبدر.

ب زاویه سی دیگر معلوم زاویه لر مجموعنک متممی اولد یقندن

$$b = 180^\circ - (s + c) \text{ اولور.}$$

(ماده ۵۹) ضلع لری ایله مقابل زاویه جیلری اده سنده

تحصیل اولنان مناسبات واسطه سیله $\bar{c} = \frac{\bar{c} \text{ حب } c}{\text{حب } b}$ ،

$\bar{c} = \frac{\bar{c} \text{ حب } s}{\text{حب } b}$ اولغله اشبو دستورلرله \bar{c} ضلع لری دخی

حساب اولتور .

۶۳ احتمال ۲ — \bar{c} \bar{c} ضلع لریله \bar{c} ضلعنه مقابل

$$\frac{\bar{c}}{\text{حب } b} = \frac{\text{حب } b}{\text{حب } s} = \frac{\frac{1}{4} \text{ حب } b + \frac{1}{4} \text{ حب } c - \frac{1}{4} \text{ حب } s}{2(s - c)}$$

$$\frac{\bar{c}}{\text{حب } b} = \frac{\text{حب } b + \text{حب } c - \text{حب } s}{2(s - c)}$$

اوله رق هر مثلثده

$$\text{حب } b + \text{حب } c - \text{حب } s = 4 \text{ حب } \frac{1}{4} b + \frac{1}{4} \text{ حب } c$$

حب $\frac{1}{4} s$ اولور.

بولسان ب زاویہ سی معلوم ایکن ج و د زاویہ لریلہ ضلع ثالثی مطلوبدر .

اولا مرده ج زاویہ سی حب ج = $\frac{\text{ج حب ب}}{\text{ب}}$ دستوریلہ
 تحصیل اولتوب مؤخرآ د = $۱۸۰ - (ج + ب) = ۵۰$
 $\frac{\text{ب حب د}}{\text{حب ب}}$ دستوریلہ تعین اولتورلر.

۶۴ مناقشه — ج زاویہ سی ایسه زبرده کی حب ج =

$\frac{\text{ج حب ب}}{\text{ب}}$ دستوریلہ تعین اولندیقندن مسئلہ نك حلی ممکن
 اوله بیلیمك ایچون (شکل ۴۷) حب ج = ۱ یاخود حب ج
 > ۱ اولسی ایجاب ایدر . برنجی فرضانده ج = ۹۰ اولوب
 $\text{ب} = \text{ج}$ اوله جقندن بو ایسه
 د و عمودندن عبارت اوله رق مسئلہ نك
 یالکر بر درلو خلی اولور .



ایکنجی فرضیانده ج حب ب $> \text{ب}$ (شکل ۴۷)

اولوب امدی ج زاویہ سی جیبیلہ معلوم اوله رق ایکی قیمت
 حاصل ایدر که بریسی ۹۰ دن کوچک ب ج د دیگر ی آنک
 متممی اولان ج زاویہ لریلدر اوچنچی د زاویہ سی دخی د =
 $۱۸۰ - (ج + ب) = ۱۸۰ - (ج + ب) = ۱۸۰$ یاخود د =
 بو حالده اگر $ج + ب > ۱۸۰$ اولور ایسه مسئلہ ایکی وجهله

حل اولمقله اشبو شرط اخيرك قفى حاللرده موجود اولديقتك
تفتيشنه لزوم كوريلور.

حال (۱) — ب زاويه سنك قائمه ياخود منفرجه بولميسيدر.
زاويه سي منفرجه اولدقجه قيمتي تقدير اولنميوپ و \hat{C} زاويه سي
حل اولته بيلمك ايچون دخی ب + \hat{C} 180° اولسي لازم
كلور بوندن $\hat{C} > 180^\circ$ — ب وبوندن دخی حب $\hat{C} >$ حب ب
ياخود \hat{C} زاويه سي $\frac{\hat{C} \text{ حب ب}}{\hat{C}}$ قيمتيله محله وضع واختصار
اولندقدە $\hat{C} >$ \hat{C} اولور.

امدی زاویه معلومه قائمه ياخود منفرجه اولمسييله يالكز
بردولو حلی اولوب حل مسئلهده $\hat{C} <$ \hat{C} وجهله ظهور ايدر.
حال (۲) — (ب) زاويه سنك حاده بولميسيدر. بوصورتهده
ب + $\hat{C} > 180^\circ$ شرطی بولنه بيله جکندن (\hat{C}) نك قيمتي دائما
صورت مناسبده ظهور ايدر ط زاويه سنك قيمته کلنجه اکر
ب + $\hat{C} > 180^\circ$ اولور ايسه کذلک \hat{C} دخی مناسب وجهله
حل اولته جقندن $\hat{C} > 180^\circ$ — ب ويا حب ب $\hat{C} >$ حب \hat{C}
اولور. بوندن دخی حال (۱) ده اولديني مثللو $\hat{C} >$ \hat{C} اولور
اشبو نهايتکي شرط موجود اولدقجه مسئله نك ايکي وعکمی
حالده بروجله حلی بولنه رق $\hat{C} <$ \hat{C} اولور.

امدی زاویه معلومه حاده اولديني وقته مسئله نك حلنده
دائما صعوبت بولنمز لکن $\hat{C} >$ \hat{C} اولدقجه ايکي درلو حلی

قبول ایتمز واشبو ایکی درلو اولان حل مسئله $\bar{c} = \bar{c} \text{ حسب } b$
مثلاو حل واحده منجر اولور .

اجمال — اگر زاویه معلومه حاده وقارشوسنده بولان
ضلع ضلع مجاورندن کوچك اوله رق واقع اولور ایسه بر درلو
حلی اولور . بو حاده حسابه شروع اولنمزدن اقدام یهوده
اشتغالدن اجتناب ایچون مسئله نك معلومات معطیه سنی امتحان
ایتمك اهمدر .

\bar{c} مقدارینه نسبتله حل اولنمش $\bar{c} = \bar{c} + \bar{c} - 2\bar{c} \times$
حسب b معادله سنك مناقشه سنده واشبو نتایج سروده بولنه بیلور كه
(مثاللك ۳۴۸ مسئله سنده کوريله جكدرد) .

۶۵ احتمال ۳ — \bar{c} ضلع لريله یینارنده واقع (s)
زاویه سنك معلوماتيله مثاللك مجهولات باقیه سنی استخراج ایتمك
مطلوبدر . s زاویه سی دیگر ایکی زاویه مجموعتك متممی اولوب
اشبو ایکی زاویه مجهوله نك مجموع لری معلوم اولدیقتدن فضلرینك

تمیینه احتیاج حاصل اولمغه بناء علیه $\frac{\bar{c}}{\text{حسب } b} = \frac{\bar{c}}{\text{حسب } c}$
اولوب (ماده ۴۱ دستور ۲۸) $\frac{b - \bar{c}}{c + \bar{c}} = \frac{\text{حسب } b - \text{حسب } \bar{c}}{\text{حسب } b + \text{حسب } \bar{c}}$

مم $\frac{1}{4} (b - c)$ اولور .
مم $\frac{1}{4} (b + c)$

امدی $\frac{1}{4} (b + c) = 90^\circ - \frac{1}{4} s$ اولدیقتدن

امدی $\frac{1}{r} (b + c) = 90^\circ - \frac{1}{r} s$ اولدیقتدن
 حب $\frac{1}{r} (b + c) =$ محب $\frac{1}{r} s$ اولمقله مساویلر محله
 وضع اولندقدہ
$$\frac{\overset{\frown}{b} + \overset{\frown}{c}}{\text{محب } \frac{1}{r} (b + c)} = \frac{\overset{\frown}{s}}{\text{حب } \frac{1}{r} s}$$

 اولوب مطلوب حاصل اولور.

نتیه — عملیاتده اکثریا وقوعبولدیغی کجی $\overset{\frown}{b}$ ، $\overset{\frown}{c}$
 ضلعارینک یالکزی لغارتمه لری معلوم اوله رق ویریلور ایسه بو
 حالده مذکور ضلعاری تکرار حساب ایتمکدن اجتناباً بروجہ
 بالا دستور اختصار ایدیلور.

$$\text{م } \frac{1}{r} (b - c) = \frac{\overset{\frown}{b} - \overset{\frown}{c}}{\overset{\frown}{b} + \overset{\frown}{c}} \text{م } \frac{1}{r} s$$

$$= \frac{\frac{\overset{\frown}{b}}{\overset{\frown}{c}} - 1}{\frac{\overset{\frown}{b}}{\overset{\frown}{c}} + 1} \text{م } \frac{1}{r} s$$

دستورنده $\frac{\overset{\frown}{b}}{\overset{\frown}{c}} =$ م $\overset{\frown}{h}$ فرضیله ($\overset{\frown}{h}$ متوسط زاویه در) محله
 وضع اولندقدہ

$$= \text{م } \frac{1}{r} (b - c) = \frac{1 - \frac{\overset{\frown}{h}}{\text{م } \overset{\frown}{h}}}{1 + \frac{\overset{\frown}{h}}{\text{م } \overset{\frown}{h}}} \text{م } \frac{1}{r} s$$

$$= \frac{\text{م } 90^\circ - \frac{\overset{\frown}{h}}{\text{م } \overset{\frown}{h}}}{\text{م } 90^\circ + \frac{\overset{\frown}{h}}{\text{م } \overset{\frown}{h}}} \text{م } \frac{1}{r} s \text{ یا خود م } \frac{1}{r} (b - c)$$

عم (۵ - ۴) × عم $\frac{1}{4}$ و بولورکه (اصول حسابی تطبیقات
مجمده کوریلہ جکدر ۰)

۶۷ احتمال ۴ — بر مثلث اعطا اولنان ۲ ، ۲ ، ۲ مثللو
اضلاع ثلثی واسطہ سیلہ زوایای ثلث سنک تعینی مطلوبدر.

زوایای مذکورہ (مادہ ۶۰) ده استخراج اولنان دستور
واسطہ سیلہ مثلا $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$ ۲ ۲ ۲ محسب دستوریلہ

محسب ۲ $= \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}}$ تعین اولتوب اشبو معادلہ بی لغارتمہ

ایلہ حل اولنہ جق بر صورتہ ارجاع ایتک ایچون طرفینہ واحد
ضم اولندقدہ

$$1 + \text{محسب } 2 = \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}} + 1$$

$$= \frac{\frac{2}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}} \text{ یا خود}$$

$$1 + \text{محسب } 2 = \frac{\frac{2}{3} - (\frac{2}{3} + \frac{2}{3})}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3})(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3})}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}} \text{ اولور.}$$

لکن ۱. + محسب ۲ = ۲ محسب $\frac{1}{4}$ ۲ اولدیندن محسب

$$\frac{(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3})(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{3})}{\frac{2}{3} \frac{2}{3} \frac{2}{3}} = \frac{1}{4} \text{ ۲ محسب } \frac{1}{4} \text{ ۲}$$

طرفین (۲) ایلہ تقسیم وجذری اخذ اولندقدہ محسب $\frac{1}{4}$ ۲ =

$$\sqrt{\frac{(\bar{c} + \bar{s} + \bar{h})(\bar{c} - \bar{s} + \bar{h})}{\bar{s} \bar{h}^2}} \text{ اولوب مثلثك اضلاع}$$

ثلاثه سی ۲ ۵ فرضيله $\bar{c} + \bar{s} + \bar{h} = 2$ ۵ وكذا $\bar{c} + \bar{s} -$
 $\bar{c} - 2 = (\bar{c} - 5)$ وينه $\bar{c} + \bar{s} - \bar{h} = 2 = (\bar{h} - 5)$
 وينه $\bar{c} + \bar{h} - \bar{s} = 2 = (\bar{s} - 5)$ اولمريله استخراج اولنان
 دستورده محلرينه وضع اولمريله

$$(1) \dots \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\frac{(\bar{c} - 5) 5}{\bar{s} \bar{h}}} = \bar{c} \frac{1}{2} \text{ محب} \\ \sqrt{\frac{(\bar{h} - 5) 5}{\bar{s} \bar{c}}} = \bar{h} \frac{1}{2} \text{ محب} \\ \sqrt{\frac{(\bar{s} - 5) 5}{\bar{c} \bar{h}}} = \bar{s} \frac{1}{2} \text{ محب} \end{array} \right.$$

بركرده طرفين معادله واحدن طرح اولندقده

$$1 - \text{محب } \bar{c} = \frac{\bar{c}^2 - \bar{s}^2 + \bar{h}^2}{\bar{s} \bar{h}^2} - 1$$

$$= \frac{\bar{c}^2 - \bar{h}^2 - \bar{s}^2 + \bar{s}^2 + \bar{h}^2 + \bar{s} \bar{h}^2}{\bar{s} \bar{h}^2} \text{ يا خود}$$

$$1 - \text{محب } \bar{c} = \frac{\bar{c}^2 - (\bar{s} - \bar{h})^2}{\bar{s} \bar{h}^2}$$

$$= \frac{(\bar{c} + \bar{h} - \bar{s})(\bar{c} - \bar{h} + \bar{s})}{\bar{s} \bar{h}^2} \text{ اولوب}$$

$$\sqrt{\frac{(\bar{c} + \bar{h} - \bar{s})(\bar{c} - \bar{h} + \bar{s})}{\bar{s} \bar{h}^2}} = \bar{c} \frac{1}{2} \text{ بورادن دخی حب}$$

ویا خود

$$(۲) \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\bar{s}-\bar{e})(\bar{z}-\bar{e})}{\bar{s} \bar{z}} \sqrt{} = \bar{b} \frac{1}{r} \text{ حسب} \\ \text{و کذا عين وجهله تعين اولندقده} \\ \frac{(\bar{s}-\bar{e})(\bar{c}-\bar{e})}{\bar{s} \bar{c}} \sqrt{} = \bar{r} \frac{1}{r} \text{ حسب} \\ \frac{(\bar{z}-\bar{e})(\bar{c}-\bar{e})}{\bar{z} \bar{c}} \sqrt{} = \bar{s} \frac{1}{r} \text{ حسب} \end{array} \right.$$

دستورلری حاصل اولور.

(۲) ایله مرقم دستورلر (۱) ایله مرقم دستورلر اوزرینه

تقسیم اولندقده

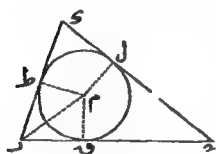
$$(۳) \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{(\bar{s}-\bar{e})(\bar{z}-\bar{e})}{(\bar{c}-\bar{e}) \bar{e}} \sqrt{} = \bar{b} \frac{1}{r} \text{ م} \\ \frac{(\bar{s}-\bar{b})(\bar{c}-\bar{e})}{(\bar{z}-\bar{e}) \bar{e}} \sqrt{} = \bar{r} \frac{1}{r} \text{ م} \\ \frac{(\bar{z}-\bar{e})(\bar{c}-\bar{e})}{(\bar{s}-\bar{e}) \bar{e}} \sqrt{} = \bar{s} \frac{1}{r} \text{ م} \end{array} \right.$$

دستورلری حاصل اولور.

تنیه ۱ — اشبو دستورلرک کافه سنده کی جذرلر مثبت
اشارت لریله قبول اولنور چونکه هر قتی بر مثلثک زاویه لرندن
برینک نصفی بهمه حال ۹۰ درجه دن کوچک و یونکله برابر
برنجی ربع داخلنده کی مثلثات خط لرینک جمله سی مثبتدر.

اگر يالکز بر زاويه سی تعین اولمق استنیلور ایسه (۱)
و (۲) ویا (۳) رقلریله کوستریلان دستورلر ایله استخراج
اولور فقط اوج زاویه سیده حساب ایدلک استنلیکی حالده
بونک ایچون الی ویاخود یدی لغارتمه قوللانمقدن ایسه (ماده
۵۰ تنیه ۱) مقتضیاتندن اوله رق نتایج مکمله حاصل ایدن ودرت
لغارتمه ایله حساب ایدیلان (۳) ایله مرقم دستورلری استعمال
ایتمک مرجحدر.

تنیه ۲ — (۳) ایله مرقم دستورلر لغارتمه نك حسابیچون



(شکل ۴۸)

زیاده قولایقله استعمال اولنان برصورت
مادیده وضع اولنه بیلور بونک ایچون
(شکل ۴۸) اولامرده ب ح و مثلثك
داخله مرسوم دائره نك (ر) نصف
قطرینك تعینی اقتضا ایدر.

بناء علیه هر قنئ بر دائره یه خارج بر نقطه دن رسم اولنان خط
مماسلر ب و = ب ط ح و = ح ل و = ل ط اولوب
بعده ب و = (ب و + ل و + ل ح) — ح و یاخود
ب و = ه — اولور لکن ب م و مثلث قائم الزاویه سنده
زاویه و ب م = $\frac{1}{4}$ ب اولدیقتن م و = ب و م و ب م
یاخود ر = (ه — ح) م $\frac{1}{4}$ ب اولوب اشبو معادله دن
دخی م $\frac{1}{4}$ ب = $\frac{ر}{ه - ح}$ اولور.

$$م \frac{1}{2} = ح \frac{1}{2} , م \frac{1}{2} = س \frac{1}{2} , م \frac{1}{2} = س \frac{1}{2} \text{ اولور.}$$

اشبو دستورلر انجق (۳) ایله مرقم دستورلر اولوب

$$بوصورتله م = \sqrt{\frac{(س-ح)(ح-س)(س-س)}{س}}$$

استخراج اولنور .

۶۸ مناقشه — (۱) و (۲) و (۳) ایله مرقم دستورلرده

هر جذر تحتیده بولسان قیمت مثبت و بوندن فضله (۱) و (۲) رقلرنده کوستریلان دستورلرده کی قیمت واحدن کوچکدر .

امدی $س$, $ح$, $و$ بونلرک مجموعنک نصفی اولان $س$ مثبت اولورق اکر سائر حدلر مثبت و یا خود اکر ایکی حدی منفی اولورلر ایسه شرط صحیح اجرا اولنمش اولور فقط بویکنجی فرض غیر قابلدر چونکه مثلا: $س > س$, $س > س$, $س > س$. فرض ایدیله جک اولور ایسه بوندن $س > س + س$ یعنی $س + س + س > س + س$ و یا خود $س > س$. اولقی اقتضا ایدرکه بویسه غیر ممکندر . بوسیله $س > س$, $س > س$, $س > س$. یا خود $س > س + س$, $س > س + س$, $س > س + س$. اولقی لازم کلور .

(و بوجهته بر مثلثک حلیمچون اقتضا ایدن شرط تحقق ایدر)

حب $\frac{1}{2}$ ب تغییر ثانیسه کلنجه مثلا تعبیر مذکور واحدن

$$اصغر اولسه $\frac{(س-ح)(ح-س)(س-س)}{س} > ۱$ یا خود $(س-س) \times$$$

(۵-س) $\bar{ج} > \bar{ز}$ یعنی ۵- $\bar{ج} + (\bar{س} + \bar{ز}) \times ۵ - \bar{ز}$
 یاخود بالاختصار و ۵ ایله تقسیم اولدوقده ۵- $(\bar{ج} + \bar{س}) > \bar{ز}$.
 یاخود $\bar{ج} + \bar{ز} > \bar{س}$ اولسی لازمکلور.

وینه بویله جه محب $\frac{1}{4}$ ب تعیری واحدن اصغر اولسه

۵- $(\bar{ج} - \bar{س}) > ۱$ یاخود ۵- $(\bar{ج} - \bar{س}) > \bar{ز}$ بوراده ۵- $\bar{ج}$

کندی قیمتیه وضع اولدوقده $(\bar{ج} + \bar{ز} + \bar{س}) \times (\bar{ج} + \bar{ز} + \bar{س})$

$> ۴ \bar{ج} \bar{ز}$ ویاخود $(\bar{ج} + \bar{ز})^2 - \bar{ج}^2 > ۴ \bar{ج} \bar{ز}$ ویاخود

$(\bar{ج} + \bar{ز})^2 - \bar{ج}^2 - ۴ \bar{ج} \bar{ز} > \bar{ج}^2$ اولوب الحاصل $(\bar{ج} - \bar{ز})^2$

$> \bar{ج}^2$ اوله رق بورادن دخی $\bar{ج} - \bar{ز} > \bar{ج}$ یا $\bar{ج} > \bar{ز} + \bar{ج}$

یاخود $\bar{ز} - \bar{ج} > \bar{ج}$ ویاخود $\bar{ز} > \bar{ج} + \bar{ج}$ اولق اقتضا

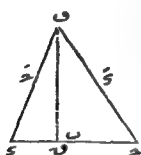
ایدرکه مثلك اضلاع ثلثه سنك اشبو خاصه سی هندسه عادیه

ایله دخی مثبتدر.

❖ باب ثالث ❖

« مثلثك سطحی »

۶۹ — مثلاً (شکل ۴۹) (ب ح و) مثلثك مساحه



(شکل ۴۹)

سطحیه سی تعیین ایتمک مطلوب اولسه رأسندن
قاعده سی اوزرینه ب و عمودی تنزیل و مثلثك
مساحه سطحیه سی (س) حرفیله اراؤه اولندقدہ
س $= \frac{1}{2} \times ب \times ح$ اولور.

امدی ب و و مثلث قائم الزاویه سنده ب و $= ح$
 \times حب و اولغله محانه وضع ایله س $= \frac{1}{2} \times ح \times ب$ حب و
(۱) اولور.

(اشبو دستور مثلثك حنك اوچنجی احتمالی کوستور).
بو صورتده عمومیتله بر مثلثك مساحه سطحیه سی ایکی
ضلعنك مستطیلنك یینلرنده واقع زاویه جینه حاصل ضربنك
نصفه مساوی اولور.

۷۰ — (۱) دستورنده $ح$ محله $ح$ $= \frac{ب \times حب ح}{حب ب}$ وضع

اولندقدہ س $= \frac{1}{2} \times \frac{حب ح \times حب و}{حب ب}$ اولور. حالبوکه

حب ب = حب (س + ح) اولدیقندن

$$س = \frac{1}{2} \times \frac{\text{حب ح حب س}}{\text{حب (س + ح)}} \dots (۲)$$

(اشبو دستور مثلث مائل الزاویانک حلدن کی برنجی احتمالی کوستر).

عمومیتله بر مثلث مساحت سطحیسی اضلاعندن برینک مربع نصفنک ضلع مذکورک مجاور زاویهلری جیلرینک مستطینک مذکور زاویهلر مجموعنک جیبیلر اولان خارج قسمته حاصل ضربنه مساوی اولور.

۷۱ — هر قنی بر مثلث مساحت سطحیسی اعطا ایدن $\frac{1}{2} \times \text{ح س} = \text{حب ب}$ دستورنده حب ب حدی محله مساویسی اولان ۲ حب $\frac{1}{2} \times \text{حب س}$ وضع اولندقدن $س = \frac{1}{2} \times \text{ح س} = \text{حب ب}$ اولور.

امدی (ماده ۶۷) ده کورلیدیکی اوزره

$$\text{حب } \frac{1}{2} \times \text{ح س} = \sqrt{\frac{(\text{ح} - \text{س}) (\text{س} - \text{ح})}{\text{ح س}}}$$

$$\text{حب } \frac{1}{2} \times \text{ح س} = \sqrt{\frac{(\text{س} - \text{ح}) (\text{ح} - \text{س})}{\text{ح س}}}$$

قولندقدن

$$س = \sqrt{\frac{(\text{س} - \text{ح}) (\text{ح} - \text{س}) (\text{س} - \text{ح})}{\text{ح س}}}$$

$$\dots (۳) \text{ اولور.}$$

❖ امثلة عددیه بیانی ❖

$$\left. \begin{aligned} \bar{c} &= 4562 \text{ ذراع اعشاری} \\ \bar{c} &= 35 \overset{\circ}{4} 5 \overset{\circ}{2} \\ \bar{s} &= 42 \overset{\circ}{2} 7 \overset{\circ}{4} 0 \end{aligned} \right\} \text{معلومات}$$

$$\bar{c} = 180 - (\bar{s} + \bar{c}) = 101 \overset{\circ}{4} 7$$

❖ دستورلر ❖

$$\bar{c} = \frac{\bar{c} \text{ حسب } \bar{c}}{\bar{c} \text{ حسب } \bar{c}} \quad \bar{c} = \bar{c} + \bar{c} \text{ حسب } \bar{c} + \bar{c} \text{ حسب } \bar{c}$$

$$\bar{c} = \frac{\bar{c} \text{ حسب } \bar{s}}{\bar{c} \text{ حسب } \bar{c}} \quad \bar{c} = \bar{c} + \bar{c} \text{ حسب } \bar{s} + \bar{c} \text{ حسب } \bar{c}$$

$\bar{c} = 3,659,1553$	$\bar{c} = 3,659,1553$
$\bar{c} \text{ حسب } \bar{s} = 1,829,3615$	$\bar{c} \text{ حسب } \bar{c} = 1,766,6576$
$\bar{c} \text{ حسب } \bar{c} = 0,0092498$	$\bar{c} \text{ حسب } \bar{c} = 0,0092498$
<hr/>	<hr/>
$3,497,766$	$3,435,067$
مترو $\bar{s} = 3146,06$	مترو $\bar{c} = 2723,094$

$$\bar{s} = \frac{1}{\bar{c}} \frac{\bar{c} \text{ حسب } \bar{c} \text{ حسب } \bar{s}}{\bar{c} \text{ حسب } \bar{c}} \text{ مساحه سنك حسابی}$$

$$\text{لح } \bar{ج} = 3,0971031$$

$$\text{لح حب ب} = 1,3207281$$

$$\text{لح } \bar{ب} = 3,0231917$$

$$\underline{1,4460736}$$

$$\bar{ج} = 6,7 \dots 13 \dots 16 \dots \quad \bar{ج} = 3,03 \dots 46 \dots 163 \dots$$

$$\bar{س} = 33,3 \dots 33 \dots 101 \dots \quad \bar{س} = 46,7 \dots 09 \dots 3 \dots$$

حل آتی

حل اول

$$\text{لح } \bar{ب} = 2,9768083 \quad 2,9768083$$

$$\text{لح حب س} = 1,6778347 \quad \text{یا خود } 2,8431839$$

$$\text{لح حب ب} = 0,6742712 \quad 0,6742712$$

$$\underline{3,3289142} \quad \text{یا خود } 2,4942634$$

$$\bar{س} = 2132,621 \text{ متره یا خود } 312,0782 \text{ متره اولور.}$$

$$\text{س} = \frac{1}{2} \bar{ب} + \bar{ج} \text{ حب س مثلتك مساحتك حسابی}$$

$$\text{لح س} = \text{لح } \bar{ب} + \text{لح } \bar{ج} + \text{لح حب س} + \text{لح } \bar{ج}$$

$$\text{لح } \bar{ب} = 2,9768083 \quad 2,9768083$$

$$\text{لح } \bar{ج} = 3,0971031 \quad 3,0971031$$

$$\text{لح حب س} = 1,6778347 \quad \text{یا خود } 2,8431839$$

$$\text{لح } \bar{ج} = 1,6989700 \quad 1,6989700$$

$$\underline{5,4507661} \quad \text{یا خود } 4,6161103$$

س = ۲۸,۲۳۳۶ متره مربعی یا خود ۴۱۳۱۵,۷۱ متره مربعی

احتمال ۳

$$\left. \begin{aligned} \bar{b} &= ۲۴۸۳۵,۳۶ \text{ متره} \\ \bar{c} &= ۱۸۹۴۷,۲۴ \text{ متره} \\ s &= ۳۵۰۰۴۲۰,۲۶,۴۲ \text{ (۱۸۶۷) تاربخنده} \end{aligned} \right\} \text{ معلومات}$$

فرانسه صنایع مکتبده صوریلان سؤالدر

$$\left. \begin{aligned} \bar{b} + \bar{c} &= ۴۳۷۸۲,۶۰ \\ \bar{b} - \bar{c} &= ۵۸۸۸,۱۲ \\ \frac{1}{r} s &= ۱۷,۰۵۱۰۰۱۳,۲۱ \end{aligned} \right\} \text{ حساب متوسط}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{م} \frac{1}{r} (\bar{b} - \bar{c}) &= \frac{\bar{b} - \bar{c}}{\bar{b} + \bar{c}} \text{ م} \frac{1}{r} s \\ \text{ل} \frac{1}{r} (\bar{b} - \bar{c}) &= \frac{\bar{b} - \bar{c}}{\bar{b} + \bar{c}} \text{ ل} \frac{1}{r} s \\ \text{ل} \frac{1}{r} (\bar{b} + \bar{c}) &= \frac{\bar{b} + \bar{c}}{\bar{b} - \bar{c}} \text{ ل} \frac{1}{r} s \end{aligned} \right\} \text{ دستور}$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{s} &= \frac{\bar{b} \text{ حسب } s}{\bar{b}} \text{ یا خود} \\ \bar{s} &= \frac{(\bar{b} + \bar{c}) \text{ حسب } \frac{1}{r} s}{(\bar{b} - \bar{c}) \text{ حسب } \frac{1}{r} s} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{ل} (\bar{b} - \bar{c}) = ۳,۷۶۹۹۷۶۷$$

$$\text{ل} (\bar{b} + \bar{c}) = ۵,۳۵۸۶۹۸۴$$

$$\text{ل} \frac{1}{r} s = ۰,۴۹۲۹۱۱۳$$

$$\underline{\hspace{1cm}} \\ ۱,۶۲۰۶۸۶۴$$

$$\overset{\circ}{۲۲}, \overset{\circ}{۳۹}, \overset{\circ}{۴۳} = (\gamma - \beta) \frac{1}{\gamma}$$

$$\overset{\circ}{۷۲}, \overset{\circ}{۸۰}, \overset{\circ}{۴۶}, \overset{\circ}{۷۹} = (\gamma + \beta) \frac{1}{\gamma}$$

$$\overset{\circ}{۳۹}, \overset{\circ}{۲۹}, \overset{\circ}{۳}, \overset{\circ}{۷۹} = ۶,۹۴, ۴۸, ۲۹, ۷۹ = \beta$$

رَ نَك حسابی

$$۴,۶۴۱۲۹۵۶ = (\gamma + \beta)$$

$$۱,۴۸۶۵۵۳۸ = \gamma \text{ حب } \frac{1}{\gamma}$$

$$۰,۰۳۴۸۹۶۶ = (\gamma - \beta) \frac{1}{\gamma} \text{ محب } \frac{1}{\gamma}$$

$$۴,۱۶۲۷۴۶۰$$

$$۱۴۵۴۵,۹۵ = \gamma \text{ متره مربی اولور.}$$

$$\gamma = \frac{1}{\gamma} \text{ ح } \gamma \text{ حب } \gamma \text{ ك حسابی}$$

$$۴,۳۹۵۰۷۰۵ = \gamma$$

$$۴,۲۷۷۵۴۵۹ = \gamma$$

$$۱,۷۶۶۱۴۸۹ = \gamma \text{ حب } \gamma$$

$$۱,۶۹۸۹۷۰۰ = \gamma$$

$$۱۳۷۳۲۰۵۰۰ = \gamma \text{ متره مربی اولور.}$$

احتمال ۴

$$\left. \begin{aligned} \bar{c} &= ۲۳۵۰۶۸۴ \text{ متره} \\ \bar{h} &= ۴۱۲۰۵۶۷ \text{ متره} \\ \bar{s} &= ۵۳۱۰۶۴۸ \text{ متره} \end{aligned} \right\} \text{ معلومات}$$

$$\left. \begin{aligned} ۲,۶۹۸۹۲۶۲ \text{ لغارتمه سی} &= ۵۹۹۰۹۴۹۵ = \bar{c} \\ ۲,۴۲۲۰۴۰۵ \text{ کذا} &= ۲۶۴۰۲۶۵۴ = \bar{c} - \bar{h} \\ ۱,۹۴۱۴۲۴۵ \text{ کذا} &= ۸۷۰۳۶۲۵ = \bar{h} - \bar{s} \\ ۲,۱۷۱۱۴۵۶ \text{ کذا} &= ۱۴۸۰۳۰۱۵ = \bar{s} - \bar{c} \end{aligned} \right\} \begin{matrix} \text{ف} \\ \text{ب} \\ \text{ا} \\ \text{ت} \end{matrix}$$

$$۳,۸۵۳۶۸۴۴ = \text{لع } ۲$$

$$۱,۹۱۷۸۴۱۲ = \text{لع } ۱$$

ایکنجی اصول

برنجی اصول

$\frac{\sqrt{\bar{c}}}{\bar{c}} = \text{م } \frac{1}{2}$	$\frac{(\bar{s}-\bar{c})(\bar{h}-\bar{c})}{(\bar{c}-\bar{h})\bar{c}} \sqrt{\bar{c}} = \text{م } \frac{1}{2}$
$\frac{\sqrt{\bar{h}}}{\bar{h}} = \text{م } \frac{1}{2}$	$\frac{(\bar{s}-\bar{h})(\bar{c}-\bar{h})}{(\bar{h}-\bar{c})\bar{h}} \sqrt{\bar{h}} = \text{م } \frac{1}{2}$
$\frac{\sqrt{\bar{s}}}{\bar{s}} = \text{م } \frac{1}{2}$	$\frac{(\bar{h}-\bar{s})(\bar{c}-\bar{s})}{(\bar{s}-\bar{c})\bar{s}} \sqrt{\bar{s}} = \text{م } \frac{1}{2}$

ب تك حسابی	ب تك حسابی
لح ١,٩١٧٨٤٢٢ = ٧	لح (٥-٦) ١,٩٤١٤٢٤٥ =
لح (٥-٦) ٣,٥٧٧٩٥٩٥ =	لح (٥-٦) ٢,١٧١١٤٥٦ =
١,٤٩٥٨٠١٧	لح ٣,٣٠١٠٧٣٨ = ٥
١٧ ٢٣ ٢٣,٢٩ = ١	لح (٥-٦) ٣,٥٧٧٩٥٩٥ =
٣٤,٤٦,٤٦,٥٨ = ١	٢,٩٩١٦٠٣٤
	لح ١,٤٩٥٨٠١٧ = ١
	١٧ ٢٣ ٢٣,٢٩ = ١
	٣٤ ٤٦ ٤٦,٥٨ = ١
ج مك حسابی	ج مك حسابی
لح ١,٩١٧٨٤٢٢ = ٧	لح (٥-٦) ٢,٤٢٢٠٤٠٥ =
لح (٥-٦) ٢,٠٥٨٥٧٥٥ =	لح (٥-٦) ٢,١٧١١٤٥٦ =
١,٩٧٦٤١٧٧	لح ٣,٣٠١٠٧٣٨ = ٥
٤٣ ٢٦ ٤٢,٦٣ = ١	لح (٥-٦) ٢,٠٥٨٥٧٥٥ =
٨٦ ٥٣ ٢٥,٢٦ = ٦	١,٩٥٢٨٣٥٤
	لح ١,٩٧٦٤١٧٧ = ١
	٤٣ ٢٦ ٤٢,٦٣ = ١
	٨٦ ٥٣ ٢٥,٦ = ٦

س و حسابی	(س) و حسابی
لح س = ۱۹۱۷۸۴۲۲	لح (س - ح) = ۲,۴۲۲۰۴۰۵
لح (س - ح) = ۲,۸۲۸۸۵۴۴	لح (س - ح) = ۱,۹۴۱۴۲۴۵
۱,۷۴۶۶۹۶۶	لح س = ۳,۳۰۱۰۷۳۸
۲۹۹۵۴,۸ = س $\frac{1}{2}$	لح (س - ح) = ۳,۸۲۸۸۵۴۴
۵۸۱۹۴۸,۱۶ = س	۱,۴۹۳۳۹۳۲
	لح م س $\frac{1}{2}$ = ۱,۷۴۶۶۹۶۶
	۲۹۹۵۴,۰۸ = س $\frac{1}{2}$
	۵۸۱۹۴۸,۱۶ = س

$$س = \sqrt{(س - ح) (س - ح) (س - ح)}, س = س \text{ معادله سنك}$$

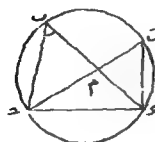
حسابی	معادله سنك حسابی
لح س = ۱,۹۱۷۸۴۲۲	لح س = ۲,۶۹۸۹۲۶۲
لح س = ۲,۶۹۸۹۲۶۲	لح (س - ح) = ۲,۴۲۲۰۴۰۵
۴,۶۱۶۷۶۸۴	لح (س - ح) = ۱,۹۴۱۴۲۴۵
س = ۴۱۳۷۷,۸۹ متره مربی	لح (س - ح) = ۲,۱۷۱۱۴۵۶
تحقیق س + ح + س = ۱۸۰	۹,۲۳۳۵۳۶۸
	لح س = ۴,۶۱۶۷۶۸۴

$$س = ۴۱۳۷۷,۸۹ \text{ متره مربی اولش اولور.}$$

﴿ تطبیقات ﴾

(۱) مثلث اضلاعیه زاویه سی پیتده تحصیل اولتان

$$\frac{\bar{c}}{\text{حب } c} = \frac{\bar{h}}{\text{حب } h} = \frac{\bar{k}}{\text{حب } k} \text{ مناسباتی مثلث خارجیه مرسوم}$$



دائرہ مک قطری اشعار ایتدکترینک اثباتی
مطلوبدر (شکل ۵۰) مثلث هر قخی
رأسیله مرور \bar{c} قطری رسم اولندقدم
 \bar{h} و \bar{k} مثلث قائم الزاویه سنده $\bar{h} = ۲$ سر $\bar{k} = ۳$ (شکل ۵۰)

حب \bar{c} اولور ($\bar{h} = ۲$ سر فرض اولتمشدر) ب، \bar{c} زاویه لری
مساوی اولدیفندن $\bar{c} = ۲$ سر حب ب یاخود

$$\frac{\bar{c}}{\text{حب } c} = ۲ \text{ سر اولور}$$

وبومثلو اثبات اولنورکه $\frac{\bar{h}}{\text{حب } h} = ۲$ سر و $\frac{\bar{k}}{\text{حب } k} = ۲$ سر
اولور .

$$\text{نتیه} - \frac{\bar{k}}{\text{حب } k} = ۲ \text{ سر معادله سی} \frac{\bar{k}}{\text{حب } k} = ۲$$

مثلو افاده اولنه بیلوب صورت و مخرج \bar{c} ایله ضرب اولندقدم

$$\frac{\bar{c} \bar{h} \bar{k}}{\bar{c} \bar{h} \bar{k}} = ۲ \text{ سر و بورادن دخی}$$

$$\frac{\overline{ب ح ز}}{\overline{ب ح ز}} = \frac{\overline{ب ح ز}}{\overline{ب ح ز}} = \sqrt[4]{\frac{ب}{ب} \cdot \frac{ح}{ح} \cdot \frac{ز}{ز}} = ۱$$

دستورلری معلوم بر مثلك خارجنه رسم اولنه جق دائره نك
نصف قطريخی اعطا ايدر.

(۲) قطرلرينك وانلرك تشكيل ايتمش اولدقلری زاويه لرینك
اعانه سیله بر ذواربعة الاضلاعك مساحة سطحیه سنی تعین ایتك.

مثلا ب ح ز ه ذواربعة الاضلاعك قطرلری س، ع، اقسام
متفرقه سی. س، س، و ع، ع ح فرقليله كوسترلده ب م =
س، م ز = س، ح م = ع، م ه = ع اولور.

قطرلرك م تلاقى نقطه سنده شكل ایدن زاويه لر بر برلرينك
متممی اولدقلرندن جیلری مساوی اولغله

امدی

$$\text{مساحة ب م} = \frac{1}{4} \text{ س ع ح ب م}$$

$$\text{مساحة ب م} = \frac{1}{4} \text{ س ع ح ب م}$$

$$\text{مساحة ح م} = \frac{1}{4} \text{ س ع ح ب م}$$

$$\text{مساحة ه م} = \frac{1}{4} \text{ س ع ح ب م}$$

جمع اولندقد.

$$\text{مساحة ب ح ز ه} = \frac{1}{4} (\text{س} + \text{س}) (\text{ع} + \text{ع}) \text{ ح ب م}$$

$$\text{يعنى مساحة ب ح ز ه} = \text{س} = \frac{1}{4} \text{ س ع ح ب م اولور.}$$

بو وجهله بر ذواربعة الاضلاعك مساحة سطحیه سی قطرلری

مستطیلنک اولقطرلرک تشکیل ایلدکری هر قنی برزاویه جینه حاصل ضربنک نصفه مساوی اولور.

(۳) ب ضلعیه ب مقابل زاویه سی و سائر ایکی ضلعنک مجموع ویا فضلی معلوم اولان بره ثلثی حل ایتک (۱۸۵۶) نیساننک ۱ و ۱۸۶۸ تموزینک ۲۱ سوربون مکتبنده ایراد اولمشدر.

$$\frac{\text{ب}}{\text{حب ب}} = \frac{\text{ک}}{\text{حب ک}} = \frac{\text{ح}}{\text{حب ح}}$$

$$\frac{\text{ب}}{\text{حب ب}} = \frac{\text{ح} + \text{ک}}{\text{حب ح} + \text{حب ک}} \text{ یا خود } \frac{\text{ح} + \text{ک}}{\text{ب}}$$

$$\frac{\text{حب ح} + \text{حب ک}}{\text{حب ب}} = \frac{۲ \text{ حب } \frac{۱}{۴} (س + ح) \text{ حب } \frac{۱}{۴} (س - ح)}{۲ \text{ حب } \frac{۱}{۴} ب \text{ حب } \frac{۱}{۴} ب} \text{ یا خود}$$

$$\text{حب } \frac{۱}{۴} (س + ح) = \text{حب } \frac{۱}{۴} ب \text{ اولقله محله وضع اولدقدده}$$

$$\frac{\text{حب } \frac{۱}{۴} (س - ح)}{\text{حب } \frac{۱}{۴} ب} = \frac{\text{ح} + \text{ک}}{\text{ب}} \text{ اولور.}$$

اشبو دستور ح + س مقدارینی اعطا ایتدیکی کبی ح - س مقدارینی دخی اعطا ایدوب ح ، س مقدارلری سهولته تحصیل اولنور و مسئله اولحاله برنجی احتمال داخلنده بولنور.

اگر ح - س فضلی ویرلش اولسه ایدی بو حاله بروجده آتی دستور استعمال قنور ایدی.

اوله رق تعیین قلنور. $\frac{\text{ح} - \text{ح} - \text{ح} - \text{ح}}{\text{ح} - \text{ح}} = \frac{\text{ح} - \text{ح}}{\text{ح} - \text{ح}}$ بودخی اولکی دستور مثللو دوام

(۴) $\text{ح} - \text{ح}$ ضلعیه مجاور $\text{ح} - \text{ح}$ زاویه سی و دیگر ایکی ضلعنک مجموع یا خود فضلی معلوم اولان مثلی حل ایتک .

بر موجب مسئله $\text{ح} - \text{ح}$ ضلعیه $\text{ح} + \text{ح}$ مجموعی معلوم اولمغه نصف مجموع $\text{ح} - \text{ح}$ اولور ایسه $\text{ح} - \text{ح}$ دخی معلوم دیک اولور.

$$(۱) \quad \frac{(\text{ح} - \text{ح})(\text{ح} - \text{ح})}{(\text{ح} - \text{ح})} \sqrt{\quad} = \frac{1}{\text{ح}} \text{ح}$$

$$(۲) \quad \frac{(\text{ح} - \text{ح})(\text{ح} - \text{ح})}{(\text{ح} - \text{ح})} \sqrt{\quad} = \frac{1}{\text{ح}} \text{ح}$$

اشبو ایکی دستور ضرب اولدقدده $\frac{1}{\text{ح}} \text{ح} = \frac{1}{\text{ح}} \text{ح}$ اشبو معادله $\text{ح} - \text{ح}$ زاویه سنک قیمتی اعطا ایتکله اولوقت برضلع ایله ایکی زاویه سی معلوم اولمش اولور.

اگر $\text{ح} - \text{ح}$ فضلی ویریه جک اولور ایسه بو حالده $\text{ح} - \text{ح}$ معلوم اوله جقلرندن (۱) و (۲) ایله اشعار اولنان دستورلر بربری اوزرینه تقسیم اولدقدده

$$\frac{\frac{1}{\text{ح}} \text{ح}}{\frac{1}{\text{ح}} \text{ح}} = \frac{\text{ح} - \text{ح}}{\text{ح} - \text{ح}}$$

(ح) زاویه سی تعیین قلنور.

(۵) \bar{c} ضلعیه ع ارتفاعی ودیکر ایکی $\bar{c} + \bar{s}$ ضلعیری
 مجموعی معلوم اولان بره ثلثی حل ایتمک.

$$\text{مساحت مثلت} = \frac{\bar{c}}{2} = \bar{s} \text{ اولدیقتن}$$

$$\text{امدی (ماده ۶۷ تنیه ۲)} \bar{s} = (\bar{c} - \bar{s}) \text{ مم } \frac{1}{2} \bar{c}$$

$$\text{اوله رق بوحالده} \bar{c} = \frac{\bar{c}}{2} = \bar{s} (\bar{c} - \bar{s}) \text{ مم } \frac{1}{2} \bar{c}$$

$$\text{اولوب بوصورته مم } \frac{1}{2} \bar{c} = \frac{\bar{c}}{2} \frac{\bar{c}}{(\bar{c} - \bar{s})} \text{ اولورکه}$$

کچن مسئله لردن هر قنئی بریسی مثللو حل اولتور.

(۶) \bar{c} ضلعیه ب مقابل زاویه سی ودیکر ایکی ضلعنک
 $\frac{c}{\bar{c}}$ نسبتی معلوم اولان مثلی حل ایتمک.

ب زاویه سی دیکر ایکی مجهول زاویه لرك متممی اولدیقتن
 انلرك مجموعی بزم ایچون معلوم اولوب شمدی اوچنجی احتمال
 واسطه سیله یینلرنده اولان فضل دخی تعیین اولتور.

$$\frac{\bar{c} - \bar{s}}{\bar{c} + \bar{s}} = \frac{\text{حب } \bar{c} - \text{حب } \bar{s}}{\text{حب } \bar{c} + \text{حب } \bar{s}} \quad (۲۲) \text{ و } (۲۳) \text{ دستورلرینه تطبیقله}$$

$$\frac{\bar{c} - \bar{s}}{\bar{c} + \bar{s}} = \frac{2 \text{ حب } \frac{1}{2} (\bar{c} - \bar{s}) \text{ حب } \frac{1}{2} \bar{c}}{2 \text{ حب } \frac{1}{2} \bar{c} \text{ حب } \frac{1}{2} (\bar{c} - \bar{s})} = \frac{\text{مم } \frac{1}{2} (\bar{c} - \bar{s})}{\text{مم } \frac{1}{2} \bar{c}}$$

اولور.

حالبوکه $\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵}$ اولديقتدن حل ايله

$$\frac{۲-۲}{۵+۲} = \frac{۲-۲}{۵+۲}$$

اشبو دستوردن $\frac{۲-۲}{۵+۲} = \frac{۲-۲}{۵+۲}$

$$\frac{۲-۲}{۵+۲} = \frac{۲-۲}{۵+۲}$$

اوجنچي احتماله اولديني مثللو تعين اولتور.

(۷) $\frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۲}{۵}$ مثللو ارتفاعات نكته سي معلوم اولان مثلتي
حل ايتك .

من = مساحت مثلث فرض اولدقده $\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵}$
 $\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵}$ اشبو مناسبات بروجه آتي صورتله يازيله بيلور.

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵} = \frac{۲}{۵}$$

مثلث $\frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۲}{۵}$ ارتفاعات نكته نك عكس

ترتيليله اضلاعي تشکل ايدين مثلته مشابه اولديني ارايه ايتمكله
بو حالده اشبو ايكنچي مثلثك زوايا سي حساب ايتك كافيدر.

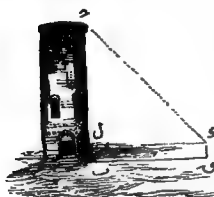
اضلاعنه کلنجه ۲ س = ج = ن = ح و دستورینک
یاردمیه تعیین اولتور .

ن = ح = بویه جه اجرای عمل ایله سائر ضلعلر
دخی تعیین اولتور .

❧ بخشی فصل ❧

(مثلثات هندسه و مساحه سؤاللری اوزرینه تطبیق)

۷۳ — قاعده سنه و ایدر یه بر قورلنك ارتفاعنی تعیین ایتك .



(شکل ۵۱)

(شکل ۵۱) اولاً ارض اوزرنده

مستوی یا خود یو کسکلکی مطلوب اولان

ب ح بناسنه عمود سطح اوزرنده ارتفاع

مطلوب ایله چوق فرق ایتیه جك وجهله و

ب و قاعده سی اوچیلوب بعده (و)

نقطه سنه غرافومترو آلتنی وضع ایدرك مذکور آلت یاردمیه
کوز ایله رأس بنادن مرور ایدن خط شعاعك ل و خط
افقیسیله تشکیل ایتدیکی ل و ح زاویه سی اخذ اولنور .

بو صورتله ح ل و مثلث قائم الزاویه سنك بر ضلعیه زاویه
حاده لرندن بری معلوم اولغله دیگر ضلعنی تعیین ایتكده
سهولت واردر .

ارتفاع حقیقی قزاق ایچون مقدار معینه یه غروفومترونك

د و ارتفاعنی ضم ایتك ایجاب ایدر مثلاً

د ل = ۱۳,۷۵ متره . ح د ل = ۵۰ . ۴۰ ۹۱ اولسه

ح ل = ع = د ل م ح د ل دستوریه

$$\text{لح ز ل} = ۱,۱۳۸۳۰۲۷$$

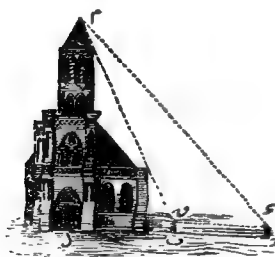
$$\text{لح مم ح ز ل} = ۱,۹۴۹۵۶۵۱$$

$$۱,۰۸۷۸۶۷۸$$

$$\text{ع} = ۱۲,۲۴۲ \text{ متره اولمش اولور.}$$

اگر غرافومترونک یردن اولان ارتفاعی ۱,۲۰ متره اوله جق
اولور ایسه ارتفاع مطلوب ۱۳,۴۴ متره اولمش اولور.
(ح ز ل زاویه سنه ارتفاع زاویه سی دینور).

۷۴ — یاتمه واریدمیان به بنانک ارتفاعی تعیین ایتمک.



(شکل ۵۲) اولا ارض

اوزرنده وار ارتفاع مطلوب استقا.

متده ب ح اساس خطی اخذ

اولندقدن صکره ب، ح نقطه لرنده

اساس مذکور ایله م رأسندن

مرور ایدن خطوط شعاعیه تک

تشکیل ایلدکلری زاویه لر اولچیلوب

(شکل ۵۲)

بعده م و ز مثلثک ز و ضلیله مجاور زاویه لری معلوم

اولدیتندن م و ضلی سهولته تحصیل اولتور و اولوقت م ک و

مثلت قائم الزاویه سنک بر زاویه حاده سیله وتری معلوم اوله جفتندن

ارتفاع مطلوب تعیین اولتور.

$$\text{مثلا ب ح} = \text{ز و} = ۱۴,۷۵ \text{ متره، م ز ک} = ۳۳۱۷۱.$$

م و ك = ٣٠ ٢٨ ٤٩ فرض اولسه م و = م = ٢٠ ١١ ٨٨
اولوب بوصورتله

م و = م و ح س ، م و ح س = م و ح س و اولغله
ح س م

م و ح س = م و ح س و اولور و لغارتميه بالتحويل
ح س م

لح س و = ١,١٦٨٧٩٢٠

لح ح س و = ١,٧٣٩٤٣٠١

لح ح س و = ١,٨٢١٠٥٠٣

لح ح س م = ٠,٨٤٦٣٧٧٢

١,٥٧٥٦٤٩٦

م و ك = ٣٧,٦٤ متره اولوب غرافومترونك ١,٣٠ متره
ارتفاعي اشبو مقداره ضم اولسدقده ٣٨,٨٤ متره ارتفاع بنا
اولش اولور.

٧٥ — بر طالعك ارتفاعني تعيين اينك.

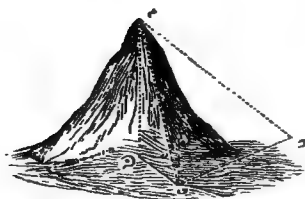
(شكل ٥٣) سطح شاقولي

اوزرنده ب ح اساس خطني

المقدن ايسه انك يرينه كيف

مايشا بر خط اساس انتخاب

اولتوب اشبو خطك ب ، ح



(شكل ٥٣)

نقطه لريله رأس جبلدن مرور ايدن خطوط شعاعيه نك خط
مذكور ايله تشكيل ايتدكلري زاويه لر اولچيلوب بو صورته
حاصل اولان \angle م ب خطي مثلثك برضليه مجاور زاويه لري
معلوم اوله جفتدن ب م خطي دخی تعين اولتور بعده ب ك
خط شاقوليسيله ب م ضلعنك تشكيل ايلديكي م ب ك زاويه سي
حفظ اولتور اشبو زاويه ب م \angle زاويه سنه مساوی اولوب
حادث اولان م ب \angle مثل قائم الزاويه سنك وتريله برزاويه
حاده سي معلوم اولغله م \angle ضلعي سهولته حساب اولتور.

$$\begin{aligned} \text{مثلا ب } \angle &= ۲۳۵,۵۰ \text{ متره, م ب } \angle = ۳۶^\circ ۰۴' \angle \text{ ب} \\ &= ۱۸^\circ ۰۴' \angle \text{ ب ك} = ۳۰^\circ ۲۷' ۳۷'' \text{ فرض اولنسه ب م} \\ &= \frac{\text{ب } \angle \text{ ح ب } \angle}{\text{ح ب م}}, \text{ م } \angle = \text{ب م } \angle \text{ ح ب ب م } \angle \text{ اولغله م } \angle = \\ &\quad \text{ح ب م} \end{aligned}$$

$$\text{ب } \angle \text{ ح ب } \angle \text{ ح ب ب م } \angle \text{ اولوب لغارتمه سي آندقدہ}$$

$$\text{لح ب } \angle = ۲,۳۷۱۹۹۰۹$$

$$\text{لح ح ب } \angle = ۱,۸۵۳۹۸۵۶$$

$$\text{لح ح ب ب م } \angle = ۱,۸۹۹۷۰۸۸$$

$$\text{لح ح ب م } \angle = ۰,۰۰۶۵۱۵۶$$

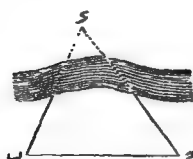
$$۲,۱۳۲۲۰۰۹$$

$$\text{م } \angle = ۱۳۵,۵۸۲ \text{ متره اولور.}$$

اشبو مسئله ده ب ح ضلع مجسميله م ب ح ، م ح ب
زاویه لری و ب ع میلک خط شاقولی به اولان میلی معلوم
اولان اهرامک ارتفاعی حساب اولنه سیلور .

۷۶ — ب فقط سید و صولی غیر ممکنه اولانه د نقطه سی
پیشره واقع بصری تعیین ایتمک .

(شکل ۵۴) اولامرده ارض اوزرنده ب ح اساس خطیله



ب ، ح نقطه لریله د نقطه سنندن مرور
ایدن خطوط شعاعیه سنک خط اساس
ایله تشکیل ایتمک لری زاویه لر اولچلد کدن
صکره ب د ح مثلثک بر ضلعیله مجاور
زاویه لری معلوم اولمغین مثلث مذکوری
یعنی بعد مطلوبی حل ایتمک آساندر .

$$\text{مثلا ب ح} = ۴۵۷,۶۵ \text{ متره ، ب} = ۶۱۰.۲۵^\circ = ۶۰.۶۱^\circ$$

$$۸۱۹۲.۰^\circ \text{ فرض اولنسه ب د} = \frac{\text{ب ح} \cdot \text{اولوب}}{\text{ح د}} = ۵$$

$$۱۸.۰ - (ب + ح) = ۱۵.۰^\circ \text{ اولغله دستورک لغارتمه سی}$$

$$\text{الدقه} \quad \text{لح ب ح} = ۲,۶۶۰.۵۳۳۵$$

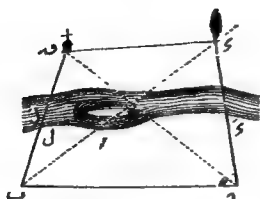
$$\text{لح ح ب ح} = ۱,۹۲۹۹۳۷۱$$

$$\text{لح ح د} = ۰,۰۶۰۲۸۵۴$$

$$۲,۶۵۰.۷۵۶۰$$

$$\text{ب د} = ۴۴۷,۴۶ \text{ متره اولمش اولور.}$$

۷۷ — پائے واریه میانه ، و قطه لری پیتنه واقع
بهری تعیین ایتک.



(شکل ۵۵)

شکل ۵۵) اولاً ارض اوزرنده
ب ج اساس خطی و بعده ب ، ج
قطه لریه ، و قطه لرندن مرور
ایدن خطوط شعاعیه نك خط مذکور
ایله تشکیل ایتدک لری زاویه لری
اولچیلوب حفظ اولتور.

ب ج مثلثک بر ضلعیه ایکی زاویه سی معلوم اولدیفندن
ب ج خطی سهولتله حساب اولتور .

ینه بویه جه و ب ج مثلثک حلیله ب و خطی تحصیل
اولتور الحاصل و ب ج مثلثک ایکی ضلعی وینارنده واقع
زاویه معلوم اولمقله و خطی دخی تعیین اولنه بیلور .

مثلاً ب ج = ۳۷۸۴ متره ، و ب ج = ب ج =
۸۷۲۵ ، ب ج = ۴۷۳۲ ، ب ج = ۴۷۳۲ ، ب ج = ۸۷۲۵ ،
ب ج = ۴۷۳۲ ، فرض اولنسه برنجی حساب
ب و = ق ایله ، ق = $\frac{\text{ب ج حساب}}{\text{ب ج و ج}}$ ، ب و ج = ۴۶۱
اولوب لغارتمه سی آلتدقده

$$\text{لع } \bar{c} = ۳,۵۷۷۹۵۱۱$$

$$\text{لع حسب } \bar{c} = ۱,۸۶۱۰۴۱۲$$

$$\text{لع حسب } \bar{c} = ۰,۱۴۲۹۴۳۹$$

$$\text{لع } \bar{c} = ۳,۵۸۱۹۳۶۲$$

ایکنجی حساب

$$\bar{c} \text{ حسب } \bar{c} = \text{و س ، س} = \text{و س}$$

$$\text{و س } \bar{c} = ۴۰ \text{ و } ۴۷ \text{ لغارتمه سی آئندقدہ}$$

$$\text{لع } \bar{c} = ۳,۵۷۷۹۵۱۱$$

$$\text{لع حسب } \bar{c} = ۱,۹۹۸۰۵۶۳$$

$$\text{لع حسب } \bar{c} = ۰,۱۲۹۷۲۴۴$$

$$۳,۷۰۵۷۳۱۸$$

اوچنجی و س و مثلثک حسابی، و س = و س و س —

و س = ۴۰ و ۳۹ اولوب و ، س ضلعری بالکر لغارتمه لریله

معلوم اولدقلرنن (ماده ۶۶ تیه) ده استخراج اولنان دستوری

استعمال ایتمک اولادر شویله که مم $\frac{1}{4}$ (و — و س و س) =

مم (۴۰ — ۴۰) × مم $\frac{1}{4}$ و س و س، دستور مذکورده مم ه =

فر اولدقندن لغارتمه یه تحویل اولندقدہ لع مم ه =

لع و — لع س = ۱,۸۷۶۲۰۴۴ ه = ۳۶ و ۳۲ اولور.

$$\text{لع م } (٤٥ - ٥) = \text{لع م } ٨٣٢٨ = ١,١٥٠٩٦٩١$$

$$\text{لع عم } \frac{1}{7} \text{ و ب س} = \text{لع عم } ١٩٥٦٣٠ = ٠,٤٤٠٣١١٦$$

$$\text{لع م } \frac{1}{7} (٥ - ٤) = ١,٥٩١٢٨٠٧$$

$$\begin{cases} ٩١٢٢٢٥ = \text{و} & \frac{1}{7} (٥ - ٤) = ٢١١٨٥٥ \\ ٤٨٤٤٣٥ = \text{س} & \frac{1}{7} (٥ + ٤) = ٧٠٣٣٠ \end{cases}$$

اولور .

$$\text{س و } = \text{س} = \frac{\text{ق حب و ب س}}{\text{حب و س}} \text{ لغارعمسی آلدقده}$$

$$\text{لع و} = ٣,٥٨١٩٣٦٢$$

$$\text{لع حب و ب س} = ١,٨٠٧٠١١٤$$

$$\text{لع حب و س ب} = ٠,١٢٣٩٢٠٨$$

$$\text{لع س} = ٣,٥١٢٨٦٨٤$$

$$\text{س} = ٣٢٥٧,٣٨ \text{ مټره اولش اولور.}$$

٧٨ — بر مملکت فخریطه سی اوزرنمه ب ، ج ، د نقاط

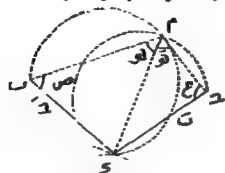
تمه سی معلوم ایکنه نقاط مذکوره بیننده واقع ب س ، د ج بعدری

برزاویه معلوم تخمیره رؤیت اولنموره اوزره درونجی بر (٢) نقطه سی

(فخریطه اوزرنمه) تعیین ایتمک.

(اشبو نقاط اربعه بر مستوی اوزرنده فرض اولمشدر).

(شکل ۵۶) م نقطه سی بالهندسه سهولته بولنبیلور بونک



ایچون ب و ح خطری اوزرینه معلوم
زاویه‌لری تشکیل ایتک اوزره بر قوس
دائرة رسم ایتک کافی اولوب اشبو
دائرة لک تقاطع ایتدکاری محل م نقطه
مطلوبه سندن عبارت اولور.

(شکل ۵۶)

اشته مثلثات ایله اصول حلی بروجه آتی کوسترلشدر که

ب م س = س م ح ، ح م س = ح م ه ، ه م س = س م ح ، س = م ب س ،
ص ، م ح س = ع حرفلیله ارائه اولندقدن ب و ح م ذواربعه
الاضلاعینده ص + ع = ۳۹۰ - (ه + ح + س) اولوب
ص - ع فضلی اراندقدن

$$\frac{\text{ح ح ب م}}{\text{ح ب ه}} = \text{م س ح م س واسطه سیله س م}$$

$$\text{س م} = \frac{\text{ب ح ب ع}}{\text{ح ب ه}} \text{ مساویلردن بر معادله تشکیل اولندقدن}$$

$$\frac{\text{ح ح ب م}}{\text{ح ب ه}} = \frac{\text{ب ح ب ع}}{\text{ح ب ه}} \text{ اولوب پورادن دخی}$$

$$\frac{\text{ح ب م}}{\text{ح ب ع}} = \frac{\text{ب ح ب ه}}{\text{ح ح ب ه}} \text{ اولور.}$$

$$\bar{z} = \frac{\bar{z} \text{ حب } \bar{h}}{\text{حب } \bar{h}} \text{ دستوری } (\bar{z}) \text{ ك تحصيله مدار اولدقن}$$

بشقه اختصار ایچون محله وضع اولدقده

$$\frac{\bar{z}}{\bar{z}} = \frac{\text{حب } \bar{z}}{\text{حب } \bar{z}} \text{ اولور صورت ایله مخرج مجموعك فضلنه}$$

نسبتی آلدقده

$$\frac{\bar{z} + \bar{z}}{\bar{z} - \bar{z}} = \frac{\text{حب } \bar{z} + \text{حب } \bar{z}}{\text{حب } \bar{z} - \text{حب } \bar{z}}$$

$$\text{امدی } \frac{\text{حب } \bar{z} + \text{حب } \bar{z}}{\text{حب } \bar{z} - \text{حب } \bar{z}} = \frac{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} + \text{ع})}{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} - \text{ع})} \text{ اولمقله}$$

محله بالوضع

$$\frac{\bar{z} + \bar{z}}{\bar{z} - \bar{z}} = \frac{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} + \text{ع})}{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} - \text{ع})} \text{ و بورادن}$$

$$(۱) \quad \frac{\bar{z} - \bar{z}}{\bar{z} + \bar{z}} = \frac{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} - \text{ع})}{\text{مم } \frac{1}{4} (\text{ص} + \text{ع})}$$

اولور .

ص - ع ، ص + ع معلوم اولملریله ص ، ع زاویه لری
قولایقله حساب اولتور .

$$\text{ب } z \text{ زاویه سیدخی ب } z \text{ م } = ۱۸۰^\circ - (h + \text{ص})$$

معادله سی یاردميله بولنور واولخالده $z = \frac{\text{ح ح م}}{\text{ح ح ه}}$ دستوريله
 z م بعدی تعیین اولنور .

۷۹ تنیه — اگر $\frac{1}{p} (ص + ع) = \text{ه}$ فرض اولنور
ایسه $m = \frac{1}{p} (ص + ع) = \infty$ اولور و $ص + ع = ۱۸۰^\circ$
فرض اولندقدنه $ح م = ح ع$ اولمسیله

$\frac{\text{ح م}}{\text{ح ع}} = \frac{\text{ح ح ه}}{\text{ح ح ه}}$ معادله سندن $\text{ح م} = \text{ح ح ه}$
یاخود :

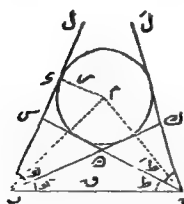
$\text{ح} = \frac{\text{ح ح ه}}{\text{ح ح ه}}$ تحصیل اولنور وینه

$z = \frac{\text{ح ح ه}}{\text{ح ح ه}}$ اوله جفتندن بو حالده $z = \text{ح}$ ویا

$\text{ح} - z =$. اولوب (۱) دستوری ایسه $m = \frac{1}{p} (ص - ع)$
 $\infty \times$. حالته منجر اوله رق غیر معین قالور اشبو غیر معین
کیفیتی بوراده حقیقیدر . زیرا $ص$ ، $ع$ زاویه لری بربر لرنک
متممی اولدقلرندن $ب م ح$ ذواربعة الاضلاعی داخل دائرمدہ
مرسوم دیمک اولوب $ب م ح$ زاویه سنک اضلاعی ارمه سنده
محدود اولان قوس دائرمنک هر بر نقطه سی سؤاله جواب
اولور .

۸۰ — یانہ واریہ بیانہ بر قولنک نصف قطرینی حساب

ایمک .



(شکل ۵۷)

(شکل ۵۷) اولاً ب ح اساس خطی
واشبو خطک ب ، ح نقطه لرندن قله یه مماساً
رسم اولنان خطوط شعاعیه نک اساس
مذکور ایله تشکیل ایندکری زاویه لر
اولچیلوب بعده م دائره سنک نصف قطرینک
تعیننه مباشرت اولتور .

شویله که ب ح = ق ، م س = م ر ، زاویه لر دخی س ب ح
= ب ، ک ب ح = ه ، ک ح ب = ح ، ه ح ب = ط فرضیه
م ب ح ، م س ب س زاویه لرینک مجموعی (ب) یه وفضلی (ه) یه
مساویدر . زیرا م ب خطی س ب ک زاویه سنک خط منصفیدر .
امدی م ب ح = $\frac{1}{4} (ب + ه)$ ، م س ب = $\frac{1}{4} (ب - ه)$
وینه بویله م ب ح = $\frac{1}{4} (ب + ط)$ ، م ح ک = $\frac{1}{4} (ط - ح)$
اولملریله

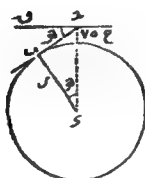
$$ب م ح مثلثده ب م = \frac{ق ح ب م ح ب}{ح ب (م ح ب + ح م ب)} \text{ یا خود}$$

$$ب م ح = \frac{ق ح ب م ح ب}{ح ب (ب + ط + ه + ب)} \text{ اولور .}$$

دیگر م س ب مثلث قائم الزاویه سندن دخی س م = م ر =

ب ۲ × حسب $\frac{1}{r}$ ($\bar{p} - \bar{h}$) تحصيل اولوب و مساویلری محله وضع اولدوقده

$$r = \frac{\text{ص حسب } \frac{1}{r} (\bar{p} - \bar{h}) \text{ حسب } \frac{1}{r} (\bar{p} + \bar{h}) \text{ اولور.}}{\text{ح حسب } \frac{1}{r} (\bar{p} + \bar{h} + \bar{h} + \bar{p})}$$



۸۱ - براصر (شکل ۵۸) سطح بمرده

۷۵ متره مرتفع بولنریفی ۷ نقطه سید افق
ظاهرینک ۵ انحطاط زاویه سی ۱۵۳۰ اولریفی
معلوم اولور نصف قطر ارضک مقدارینی (شکل ۵۸)
حساب ایتمک مطلوبدر.

(راصد مومی الیه برست مکتبنک طلبه لریله اشبو عملیاتی
اجرا ایتمشدر.)

و ۷ = ۷، ۷ ۷ ب زاویهلری ضلعلرینک عمودیتی
حسیله بربرلرینه مساوی اولوب امدی ۷ ۷ ۷ مثلث قائم
الزاویه سنده ۷ ۷ = ۷ ۷ ۷ ۷ یاخود

$$r = (r + h) \text{ حسب } h = r \text{ حسب } h + h \text{ حسب } h$$

$$\text{اوله رق بورادن دخی } r = (1 - \text{ح حسب } h) = h \text{ حسب } h$$

$$\text{اولوب بر حل اولدوقده } r = \frac{h \text{ حسب } h}{1 - \text{ح حسب } h} \text{ اولور. اشبو}$$

دستوری لغارتمه ایله حساب اولنه بیله جک بر صورتله کتورمک
ایچون (ماده ۳۸) ده کی اصوله تطبیقاً:

$$۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲} = ۱ - \text{حب } ۱ \text{ اولفله بوصورته}$$

$$r = \frac{\text{ح حب } ۱}{۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲}} \text{ اولوب معادلۀ مذکوره ده بولان}$$

حروفاتک هر بری معادل قیمتزله محلیزیه وضع اولندقه

$$\text{بورادن } r = \frac{۷۵ \text{ حب } ۱۵۳۰}{۲ \text{ حب } ۷۴۵} \text{ لغارتمه سی آندقه}$$

$$\text{لح } ۱,۸۷۵۰۶۱۳ =$$

$$\text{لح حب } ۱,۹۹۹۹۹۵۶ =$$

$$\text{لح } ۱,۶۹۸۹۷۰۰ = ۲$$

$$۵,۲۹۳۹۴۵۰ = ۲ \text{ حب } \frac{۱}{۲} =$$

$$۶,۸۶۷۹۷۱۹$$

$$r = ۷۳۷۸۵۶۴ \text{ تره (اشبو قیمت غایت بیوکدر) اولور.}$$

$$۸۲ - \text{قطبره } ۲۸^{\circ} ۲۴' \text{ اوزاقلفنره مرور ایرنه دائه}$$

صغیره متوازیاتک معلوم اولسید نقطه منجمده لردنه برینک

میرامترو منسنره مساحه مطمیننی حساب ایتک. (ارضه ۴۰۰۰

میرامترو محیطنره برکده قیابید حساب اولنمقنره).

مساحه مطلوبه س ونصف قطر ارض س ومنطقه نک

$$\text{ارتفاعی ع فرض اولندقه } s = \pi ۲ \text{ س ع اولور.}$$

امدی ع = سر — سر محب َ = سر (۱ — محب َ)
 = ۲ سر محب َ $\frac{1}{4}$ َ اولوب بوصورته س = $\pi \times r^2$
 محب َ $\frac{1}{4}$ َ وديكر وجهله سر = $\frac{\pi \times r^2}{4}$ اولدقلرندن بو حالده

$$س = \frac{(\pi \times r^2) \times ۱۱ \text{ } ۴۴}{\pi} \text{ اولور. لغارتمه سی آلدقه}$$

$$۷,۲۰۴۱۲۰۰ = ۴۰۰۰ \text{ له } ۲$$

$$۱,۶۱۶۵۱۸۰ = ۱۱ \text{ } ۴۴ \text{ محب } َ$$

$$\text{له } \pi = ۱,۵۰۲۸۴۹۱$$

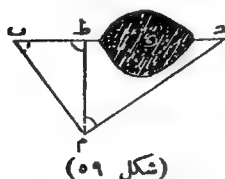
$$۵,۳۲۳۴۸۷۱$$

س = ۲۱۰۶۱۴ میریامترو مربعی اولمش اولور .

۸۳ — (شکل ۵۹) ی مثلث برمانه تصادف ایمره ب ط

مظنی مانعک ایدرسه طوغری اوزانمو مطلوبر .

مانعک ایکی طرفی کورینه جک وجهله بر م نقطه سی انتخاب



اولدقه ب ط خطیله ب ط زاویه —

لرینی اولچدکن صکره ط م خطی

حساب لونور بعده م نقطه سندن

کیف مایشا م استقامتی تعین اولتوب

ط م زاویه سی اولچیلور. اولوقت ط م مثلتدن ط م ضلیله

بوضلعك مجاوری بولسان ح ط م ، ط م ح زاویہ لری معلوم
اولد یقندن م ح ضلعی حساب اولدقده ح نقطہ سی معلوم اولور .

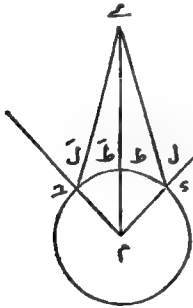
$$\text{حسابنه کلنجه : } م ط = \frac{ب ط \text{ حسب } ب}{\text{حسب } (ب + ط)} \text{ اولور . و}$$

$$م ح = \frac{م ط \text{ حسب } ح ط م}{\text{حسب } (م ط ح + م)} \text{ و بورادن}$$

$$م ح = \frac{ب ط \text{ حسب } ب \text{ حسب } ح ط م}{\text{حسب } (ب + ط) \text{ حسب } (م ط ح + م)} \text{ اولور .}$$

۸۴ — برکوکب مرکز ارضه اولاده مسافسنگ تعیینی

مطلوبه .



اول امرده بر نصف النهار اوزرنده

عرضاری معلوم و ، ح نقطه لرندن عین

وقده مذکور کوکب رصد اولسرق

و ، ح ع خط شعاعرینک و ، م ،

ح م شاقوللریله تشکیل ایتدکری

ل ، ن زاویہ لری تعیین اولتور . ح م و

زاویہ سی ایکی نقطه نك عرضارینك فضلریدر .

م ع ، ح م ع زاویہ لری ط ، ط حرفلریله کوستریلور

ایسه م و ، م ح ضلعارینك مساواتندن و م ع ضلعنك

مشترك اولسندن

$$\text{یاخود} \quad \frac{\text{حس } \bar{\tau}}{\text{حس } \bar{\jmath}} = \frac{\text{حس } \bar{\jmath}}{\text{حس } \bar{\tau}}$$

$$\text{اولور} \quad \frac{\text{م } \frac{1}{\bar{\jmath}} (\bar{\jmath} + \bar{\jmath})}{\text{م } \frac{1}{\bar{\jmath}} (\bar{\jmath} - \bar{\jmath})} = \frac{\text{م } \frac{1}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} + \bar{\tau})}{\text{م } \frac{1}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} - \bar{\tau})}$$

حے و زاویہ سی معلوم اولدیغندن ط — ط̇ فضلی و بونی
متعاقب ط زاویہ سی تعیین اولتوب بعده

$$\text{م مے} = \frac{\text{حس } \bar{\tau}}{\text{حس } \bar{\tau}} \text{ دستور یلده سر نصف قطر ارض}$$

اوله رق م مے بعدی استخراج اولتور .

مثال — دانیج بلده سیله امید برونی بر نصف انهار اوزرنده
بوله رق عرضی ۲۲,۱ ۱۰ ۴۰ و — ۲۴,۱ ۴۰ ۳۳ اولدقلرندن
ح م و زاویہ سیدخی ۴۷,۲ ۴۰ ۸۷ اولور .

$$\begin{aligned} \text{اگر } \bar{\jmath} &= ۲۴,۶ ۲۸ ۴۲, \quad \bar{\jmath} = ۳۸,۳ ۳۸ ۴۹ \text{ اولور سه} \\ \bar{\tau} + \bar{\tau} &= ۱۵,۶ ۲۵ ۴۰ \text{ اولور بو حالده } \bar{\tau} + \bar{\tau}, \quad \bar{\tau} - \bar{\tau} \\ \text{قوسلری غایت کوچك اوله جقلرندن اولوقت مماسلری التهرق} \\ \frac{\text{م } \frac{1}{\bar{\jmath}} (\bar{\jmath} - \bar{\jmath})}{\text{م } \frac{1}{\bar{\jmath}} (\bar{\jmath} + \bar{\jmath})} &= \frac{\text{م } \frac{1}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} - \bar{\tau})}{\text{م } \frac{1}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} + \bar{\tau})} \end{aligned}$$

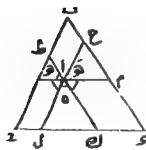
اولور

$$\begin{aligned} \text{بورادن } \frac{1}{\bar{\tau}} (\bar{\tau} - \bar{\tau}) &= ۱۹,۱ \text{ بو صورتده } \bar{\tau} = ۶,۹ \\ ۴۱, \quad \bar{\tau} &= ۱۸,۸ ۱۹ \text{ و } \bar{\tau} = ۵۹,۴۵۹ \times \text{سر اولور} . \end{aligned}$$

﴿ تطبیقات هندسیه ﴾

(۱) بر مثلث کندی مستویسی اوزرنده مأخوذ هر قننی
۱ نقطه سندن اوج ضلعنه موازی رسم اولنان خططر واسطه سیله
اوج متوازی الاضلاع واوج مثلث تشکل ایدوب متوازی
الاضلاعک حاصل ضربی مثلثک حاصل ضربنک سکر مثله
مساوی اولدیفک اثباتی مطلوبدر .

مثلث ب ج د اولسون
۱ نقطه سی اطرافنده مثلثک تشکل ایدن
زاویه لری ، ه ، ه حرف لریله اراؤه اولندقدہ
متوازی الاضلاعک زاویه لری اشبو زاویه لره
رأساً مقابل واقع اولدقلرندن مساوی اولورلر .



و م خطنک قسملری ب ، ب ، ط ک خطنک قسملری
ج ، ج ، ج ل خطنک قسملری د ، د حرف لریله اراؤه اولندقدہ
مثلثک سطحلری

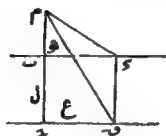
$\frac{1}{4}$ ب ج حب د ، $\frac{1}{4}$ ب حب د ه ، و $\frac{1}{4}$ ه د حب ه
اولوب حاصل ضربلری

$\frac{1}{4}$ ب ب ج ج د د حب د حب ه حب ه اولور .
متوازی الاضلاعک سطحلری ایسه

ب ج حب ۵، ن د حب ۵، ج و حب ۵ اولوب
حاصل ضربری دخی

ب ن ج ج و د حب ۵ حب ۵ حب ۵ اشبو حاصل
ضرب اولکی حاصل ضربک سکر مثلی اولوب مطلوب ثابت
اولور.

(۲) بربرلندن ل بعدی قدر اوزاق اولان ج و، د ب
خطین متوازیینک برنجیسنه ج قدر مسافه بعیده سنده موضوع
م نقطه ثابته سندن م ب ج عمود مشترکک رسمیه اشبو ب



نقطه سندن اعتباراً د نقطه سنی یعنی ع مسافه سنی
بروجهله انتخاب ایتلیدرکه اشبو مجهول نقطه دن
رسم اولتان د و عمود مشترکی ثابت م نقطه
سندن و م زاویه سنک مقدار اعظمیسیله مشاهده اولته بیلسون.

(۱۸۷۲ سنه سی تموزنده سن سیر مکتبک قبول امتحاننده
ترتیب اولتان سؤالدر)

معلوم اولانر ج ب = ل، م ب = ج، و م زاویه سی
ه، ب د مسافه مجهوله سی ع حرفلریله اراؤه وکذا

د م ج = ب، و م ج = ه فرضیه

$$\frac{ع}{ج} = م ب، \frac{ع}{ل + ج} = م م \quad \text{اولوب بو حالده}$$

(ماده ۳۵) ۱۳ دستورینه تطبیق ایله

$$\frac{\frac{ع}{ح} - \frac{ع}{ح}}{\frac{ع}{ح} + ۱} = (ب - ا)$$

$$\frac{\frac{ع}{ح} - \frac{ع}{ح}}{\frac{ع}{ح} + ۱} =$$

$$\frac{ع}{ح} = \frac{ع}{ح} + ۱$$

اشبو تعیر جبریلہ مقدار اعظمیسی مطلوب اولان ا
زاویه سنک قیمتی تعین اتمک ایچون

$$\frac{ع}{ح} = ط فرض اولندقه$$

$$ط - ع = ط ح + ع$$

$$\frac{ع}{ح} = ط$$

اولور .

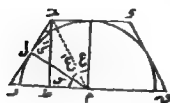
حالبوکه ط مقدارینک قیمت اعظمیسی شو ۴ ط ح ×
(ح + ا) - ج = معادله سیله تحصیل اولته جفتدن حل ایله

$$\frac{ط}{ح} = ط$$

$$\frac{ط}{ح} = ط$$

ع = $\sqrt{r^2 + (l + r)^2}$ اولور که ع مسافه سی ح ایله
 ل + ح پیننده وسط متناسب بولنور .

(۳) سر نصف قطری معلوم اولان دائره خارجه بروجمله
 ب ح د و مثللو بر شبه منحرف متساوی الساقین رسمی
 مطلوبدرکه ب و قطریک دوریله حاصل ایلدیکی حجم نصف
 دائرهک حاصل ایلدیکی کره حجمیله ویریلان م نسبتده
 اولسون .



شبه منحرف واسطه سیله شکل ایدن
 حجم ح ایله کوستریلور ایسه

$$ح = \frac{1}{2} \pi r^2 (3m + b) \text{ اولور .}$$

$$2m = r = m \text{ ع اولوب } 2 \text{ ع} + m = 90^\circ \text{ اولسی حسیله}$$

$$2m = r = m \text{ (} 90^\circ - \frac{r}{2} \text{)} = \frac{\frac{r}{2} m - 1}{\frac{r}{2} m + 1} r$$

$$b = 2m = r = m \text{ ع اولور بوضورتده}$$

$$ح = \frac{1}{2} \pi r^2 \left\{ \frac{\frac{r}{2} m - 1}{\frac{r}{2} m + 1} + \frac{\frac{r}{2} m + 1}{\frac{r}{2} m - 1} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 \frac{3 + \frac{r}{2} m^2 - \frac{r}{2} m^2}{\frac{r}{2} m - 1} \text{ اولور}$$

کره حجمی ایسه $\frac{4}{3}\pi r^3$ اولدیفندن مسئله نك معادله سی
ترتیب اولندقدہ

$$3\pi^2 - \frac{\pi^2}{2} - 4\pi + 3 = 0 \quad \text{یا خود}$$

$$= 3 - 4\pi + \frac{\pi^2}{2} - \frac{\pi^2}{2} = 0$$

$$\pi = \frac{4 - \sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2}}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{2}}$$

مناقشه . جذر لک حقیقی اولسی شرطی $4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2} = 0$ یا خود

$$\pi = \frac{\sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2}}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{2}}$$

(۱) اگر $\pi < \frac{\sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2}}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{2}}$ اولور ایسه جذر لک حقیقی و غیر

مساوی اولورلر . بوحالده $3 - 4\pi > 0$. یا خود $\pi < \frac{3}{4}$
اولور ایسه یالکز بر صورتله حل اولوب جذر لک اشارتلی
مخالف بولورلر اگر $3 - 4\pi < 0$.

یا خود $\pi > \frac{3}{4}$ اولور ایسه جذر لک حقیقی اولوب ایکی
صورتله حل اولور .

(۲) اگر $\pi = \frac{\sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2}}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{2}}$ اولور ایسه جذر لک حقیقی و مساوی
اولوب π ایچون لک اصغر قیمت حاصل اولور .

(۳) و اگر $\pi > \frac{\sqrt{4 - 4 \cdot 3 \cdot \frac{\pi^2}{2}}}{2 \cdot \frac{\pi^2}{2}}$ اولور ایسه جذر لک محدث اولوب
اول حالده مسئله نك حلی ممکن اولمز .

(۴) — بر مثلث متساوی الساقینک قاعده سی اوزرنده
التان بر نقطه نك مساوی ضلعاره اولان مسافه لری مجموعی
ثابتدر .

رأس زاویه سی (ب) وقاعده سی \bar{c} اولان مثلث متساوی
الساقینک مذکور قاعده سنك قسم لری s ، \bar{c} — s
اولدقلرینه نظراً انتخاب اولتان نقطه نك مساوی ضلعاره اولان
مسافه لری : s حب c ، (\bar{c} — s) حب s اولوب
مجموعلرینك مساوی اولدیغندن \bar{c} حب c = ثابت = c
اولور .

(۵) — قطرلرینك تشكیل ایتدكلری h زاویه سیله $\bar{c} < h$
اولق اوزره \bar{c} ، h ضلعلری معلوم اولان متوازی الاضلاعك
قطرینی حساب ایتك .

قطرلرینك نصف لری s ، c حرفلریله اراؤه اولندقدہ
 $s + \bar{c} - c = 2s$ ع محب $h = \bar{c} + s + \bar{c} +$
 $2s$ ع \times محب $h = \bar{c}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{c} - \bar{c}}{2} &= s \text{ ع} \\ \frac{\bar{c} + \bar{c}}{2} &= \bar{c} + s \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{مذکور ایکی دستور} \\ \text{برکړه جمع وبرکړه طرح ایله} \end{array}$$

ویا خود قاعده جبرییه تطبیقاً

$$= \frac{\bar{c} - \bar{c} + 2s}{2} = (s + \bar{c})$$

$$\frac{\sqrt{2} (1 + \sqrt{2}) - \sqrt{2} (1 - \sqrt{2})}{2 \sqrt{2}} \text{ یا خود}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2}}{2 \sqrt{2}} = (s + e)$$

$$\sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2}}{2 \sqrt{2}}} = s + e$$

$$\sqrt{\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2}}{2 \sqrt{2}}} = e - s \text{ عین صورت له س - ع}$$

اشبو ایکی معادله بر کره جمع و بر کره طرح ایدیلور ایسه
قطر لرك قیمت لری تعیین اولنور.

منافسه - (س) و (ع) نك قیمت لری حقیقی اولق ایچون

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \text{ اولسی اقتضا ایدرو بورادن}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \text{ یا خود}$$

$$m \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \text{ اولور.}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{2} \text{ اولور ایسه ایکنجی مجذور صفر اولوب}$$

س = ع اولور و بوندن بشقه

$$\text{و } \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2} \text{ حسب}$$

$$\text{و } \frac{\sqrt{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{2} \text{ حسب}$$

$$۲ \text{ س } = ۲ \text{ ع } = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \text{ اولور.}$$

وبو حالدہ متوازی الاضلاع بر مستطیل اولور.

اگر کچن قیمتہ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ اولور ایسہ

$$۲ \text{ س } = ۲ \text{ ع } = \sqrt{2} \text{ وبو حالدہ شکل مربع اولور.}$$

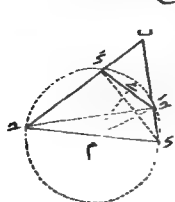
$$\text{اگر } \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ اولور ایسہ } ۲ \text{ س } = ۲ \text{ ع}$$

غیر معین یعنی \div اولور.

بو غیر معینک حقیقیدر چونکہ h زاویہ سی قائمہ ودرت
ضلعی مساویدرلر. بو حالدہ شکل بر معیندر، قطرلر عمودی
بوز مقسزین و ضلعلر تحول ایتمکسزین لای تقطع تراید ایدہ بیلورلر.

(۶) بر مثلثک ایکی رأسندن تنزیل اولنان عمودلرک موقع
عمود نقطه لری بیتنه وصل اولنان خط مستقیمه مثلثک مذکور
ایکی رأس یتندہ کی ضلعنک متصف نقطه سنک مسافه سی
حساب ایتمک.

ب د مثلثك ب، د رأسریله د موقع عمود نقطه لری



د = د قطرریله رسم اولان دائره محیطی
اوزرنده بولنور. م مطلوب مسافه سی ایسه

$$م = \sqrt{د^2 - ع^2} \text{ یا خود}$$

$$= \sqrt{\frac{د^2}{4} - \frac{ع^2}{4}} = م$$

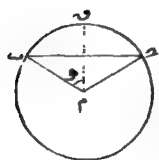
$$\frac{د}{4} \times \text{حب ب اولور.}$$

(۷) نصف قطری سر اولان کره بی بر وجهله بر مستوی

ایله قطع ایتملیدر که حاصل اولان منطقه کره سطح مستدیری

ب م محروطنك سطح مستدیرینه مساوی اولسون ثانیاً

قطعه نك حجمی محروطك حجمه مساوی بولنسون .



محروطك رأس زاویه نك نصفی ه ایله

کوستریلور ایسه اولاه محروطك سطح مستدیری

π ر حب ه ، و منطقه سطح مستدیری

2π ر (۱ - حب ه) اولوب مذکور ایکی

سطح یکدیگرینه مساوی اوله جقلرندن

$$\pi ر^2 \text{ حب ه} = 2\pi ر^2 (۱ - \text{حب ه}) \text{ یا خود}$$

$$\text{حب ه} = 2 (۱ - \text{حب ه}) \text{ اشبو معادله ایکنجی قونه}$$

رفعدن صکره طرف اولك مثلثانجه اولان قیمتی وضع ایله

$$۱ - \text{حب ه}^2 = 4 (۱ - \text{حب ه})^2 \text{ یا خود}$$

$$(۱ - \text{محس } h) (۱ + \text{محس } h) = ۴ (۱ - \text{محس } h)^2$$

بوراده

$h =$. حله توافق ایدن $۱ - \text{محس } h$ ایله اختصار
ایندلده باقی محس $h = \frac{2}{3}$ اولور.

ثانیاً مخروطك حجمی $\frac{1}{3} \pi r^2 \text{ محس } h$ ، وقطعه‌نك
حجمی $\frac{1}{3} \pi r^2 (۱ - \text{محس } h)^2 (۲ + \text{محس } h)$ ، اولدقلرندن،
مسئله‌نك شرائطی مقتضای

$$\text{محس } h^2 = (۱ - \text{محس } h)^2 (۲ + \text{محس } h)$$

$$(۱ - \text{محس } h) (۱ + \text{محس } h) = \text{محس } h (۱ - \text{محس } h)^2$$

$$\times (۲ + \text{محس } h) \quad \text{یاخود}$$

$$(۱ + \text{محس } h) (۱ - \text{محس } h) = \text{محس } h (۱ - \text{محس } h)^2$$

ویاخود

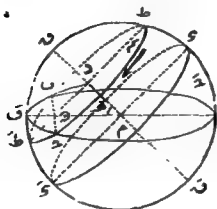
$$۲ \text{ محس } h^2 = ۲ \text{ محس } h - ۲ = ۰$$

$$\text{محس } h = \frac{1}{2} (-1 \pm \sqrt{5}) \quad \text{اولور.}$$

جذریه‌نك منفی علامته عطف نظر ایدمرك محس h نك
قیمتی وسط و طرفین نسبتی اوزرینه تقسیم اولتان نصف قطرك
قسم اطولنه مساویدر .

{ مسئله }

۸۴ - استانبولده وهر قنغی بر بلده مراد اولئانه
بر کونده کیم ایله کوندز مدتلرنک تعینی مطلوبدر.



مثلاً و، و ایکی قطب سماوی،
و دائرة استوای سما، و و افق
دائرة سی، ط ط شمسک هر قنغی
بر کونده رسم ایتدیکی دائرة متوازیه،
ط = ل شمسک خط استوایه

اولان میلی، م مرکز سما، ه زاویه سی عرض بلده فرضیه.
قوز مغرافاده بیان اولدینی اوزره شمس دائرة استوای
سماویدن ۳۰ ۲۷ ۲۳ میلیه چیقاییلدیکندن اشبو درجه نك تمامی
اولان ۳۰ ۲۴ ۶۶ عرضنه قدر کیجه ایله کوندز مدتی یکر می
درت ساعت اولور.

کیجه ایله کوندز مدتلری تعریف اولئان عرضلرده
تخلف ایدر لر .

و ذکر اولئان عرضلرده بر عکسک دائرة افقی اولدینه
کوره شمسک بر کونده دائرة استوایه موازی رسم ایتدیکی ط ط
دائرة سی مستویسنی قطع ایده جکندن حاصل اولان ب ط ح
قوسی کوندزک مدتی، ب ط ح قوسی دخی کیجه نك مدتی

ارائه ایدوب ب ح فصل مشترك خطی اولور.

ب ط ح = س ، ونصف قطر کره واحد فرضیه

ب ع = ط ع = محب د ط = محب ل

ع = د = ب ع محب ب ع ط = محب ل محب ب (۱)

وینه ع = د = ع م م م ه ، ع م = ح ل

اولدقلرندن ع = د = ح ل م ه اولور.

بررقلی دستور ایله مساویلردن معادله تشکیل اولندقدہ

ح ل م ه = محب ل محب ب ع وبورادن

محب ب ع = م ل م ه (۲)

مثلا مایس رومینک اون بشنده شمسک میلی ۲۱ ۱۵ ۱۵

= ل اولدیغندن واستانبولک عرضی ایسه

۴۱ = ه بولندیقنه کوره و دستوری لغارتیمیه تحویل ایله

لح محب ب ع = لح م ۲۱ ۱۵ ۱۵ + لح م ۴۱

لح م ۲۱ ۱۵ ۱۵ = ۱,۵۸۹۸۹

لح م ۴۱ = ۱,۹۳۹۱۶

لح محب ب ع = ۱,۵۲۹۰۵

س = ۱۴۰ ۲۸ ۳۸

اشبو مقدار شمسك غروبيله طلوعنه قدر كيجه مدتی
اولوب شمس ايسه يکرمی درت ساعتده بر کره دور ایلدیکندن

$$۲۴ : ۳۶۰ = ۱۴۰ : ۲۸۳۸$$

نسبتی تنظیم وحل اولندقده

يوم مذکورده كيجه نك مدتی ۹۲۱۵۲ اشبو مقدار
يکرمی درت ساعتدن طرح ايله کوندزك مدتی ۱۴۳۸۸
تقریباً اولور .

مارت رومينك يکرمی طقوزنده ۸۰ عرضنده کی محاک
کوندز مدتی بالحساب تقریباً ۱۸۰۱ بولنور .

ا کرم ل م م ۱ < ۱ یا خود ۹۰ — ل فرض اولنور
ايسه س ایچون آرتق حقیقی قیمت تحصیل اولنمز . شکلدن
آ کلاشيله جفی اوزره تصور اولنان محل دائرة قطينك فوقنده
اولدجه بومستسا حال بر قیمت ارايه ايتيوب همان انجق دائرة
قطبی ايله خط استوا ييننده کی محاک ایچون حساب اولنور .



ذیل مثلثات

مثلثات جدوللری واسطه سیله درجهٔ ثانیه معادله لرینک
اصول حل و مواوری دستورلری

(۱) — ایکنجی درجه معادلانی

۸۵ — $s^2 + s + s = 0$. شکنه ارجاع اولنمش
درجهٔ ثانیه معادله سنک جذرلری .

$$s = \sqrt{\frac{s^2}{4} + \frac{s}{2}} - \frac{s}{4} \quad (۱) \text{ مناسبیله تعیین ایدر .}$$

اشبو دستوری لغارتمه واسطه سیله قابل حل بر صورت

$$\text{ارجاع ایتک ایچون } s = \sqrt{\left(\frac{s^2}{2} - 1\right) + 1} \cdot \frac{s}{2} - \quad (۲)$$

صورتنه بعد الوضع

$$\text{جذرلر حقیقی یعنی } 1 - \frac{s^2}{2} < 0 . \text{ اولدیقنه نظرأ } s < 0 .$$

و $s > 0$. مثللو ایکی حال ظهور ایدر :

حال اوله کوره اگر s صفردن اعظم اولور ایسه $\frac{s^2}{2}$

حدی مثبت و واحددن کوچک اولمسیله

حب $s = \frac{s^2}{2}$ وضع اولنه بیلوب بومعادله ده s ایچون لغارتمه

ایہ قابل حل بر قیمت حقیقہ تحصیل اولیور . (۲) رقمی

دستورده محلّه وضعیله س = $(1 + \sqrt{1 - \frac{2}{\text{حس}}})$

— $\frac{2}{r} (1 \pm \mu)$ بولنەرق جذرلىرى بالتفريق

$$\frac{a}{r} \times \text{محس} - = (a \text{ محس} + 1) \frac{a}{r} - = \text{س}$$
$$\frac{1}{2} \times 2 = (1 - 1) \times 2 = 0$$

اولوور .

حال ثانی یہ کہورہ منفی اولغلہ $-\frac{5}{2}$ حدی مثبت

اوله رق (۲) رقلى دستورده مم^۲ ه = $\frac{5}{4}$ فرض و وضع

اولنہ ییلوب بو حالده

$$(x+1)^2 - (\sqrt{x+1})^2 = x$$
$$= -\frac{7}{2} + 1 \left(\frac{1}{\text{محسب}} \right) \text{ اولوب جندرلی بالتفریق}$$
$$\frac{\frac{1}{2} \times 2}{\frac{1}{2}} \times \frac{7}{2} = \left(\frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \right) \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$$
$$\frac{\frac{7}{2} \times 2}{2} = \frac{7}{2}$$
$$\frac{\frac{1}{r} \cos^2}{\sin} \times \frac{r}{r} = \left(\frac{1 - \sin}{\sin} \right) \frac{r}{r} = \dots$$

اولور . $\frac{\frac{2}{2} \text{ حب } 7}{\text{حب } 5} =$

۸۶ — موواری « Moivre » دستورلری. ذو حدین معادله لر.

ب + ج $\sqrt{1-}$ مثلو محدث بر تعیرده ب = ه محب ۵،
 ج = ه محب ۵ فرض و وضع اولتور ایسه
 ه (محب ۵ + $\sqrt{1-}$ محب ۵) اشبو تعیر
 ه (محب ط + $\sqrt{1-}$ محب ط) تعیر یله ضرب اولتور سه
 ه { محب (ط + ۵) + محب (ط + ۵) $\sqrt{1-}$ }
 اگر ایکی حد مساوی اولدقلری تقدیرده حاصل ضربلری
 [ه (محب ۵ + $\sqrt{1-}$ محب ۵)]^۲ = ه (محب ۵۲ +
 + محب ۵۲ $\sqrt{1-}$ اولور .

اوج مساوی حدك عین وجهه حاصل ضربی
 [ه (محب ۵ + $\sqrt{1-}$ محب ۵)]^۲ = ه (محب ۵۳ +
 + محب ۵۳ $\sqrt{1-}$

عمومیتله م قدر مساوی حدلك حاصل ضربی دخی
 [ه (محب ۵ + $\sqrt{1-}$ محب ۵)]^۲ = ه (محب ۵م +
 + محب ۵م $\sqrt{1-}$ اولوب م كرك مثبت و كرك منفی كسر
 قوته رفنده دخی صحیح اولدینی علم جبرده اثبات اولتمشدر.

۸۷ — مذکور دستور واسطه سیله محب ۵، حب ۵

مثلاً $m \div \div$ تابعیه $m \frac{1}{2} \div$ تابعی تعیین اولتی استند کده
(۵) دستورنده

$$\frac{m \div - m \div}{m \div - 1} = m \div$$

$m \div = 6$ ، $m \div = 5$ وضع ایدرهك
 $6 \div + 4 \div - 6 \div - 5 \div = 6 + 5 = 11$
معادله متقابله سی کوجلکمنز حل اولتور .

۸۸ — مواوری دستوری واسطه سیله ذوحیدندن عبارت
هر درجه معادله لرینك جذرلرینی بولمقده سهولت واردر .

مثلاً ذوحیدندن عبارت بشنچی درجه دن

$$x^5 - 1 = 0 \text{ معادله سنده}$$

$x^5 = 1$ محب \div + حب $\div \sqrt[5]{1 - 1}$ وضعیه مذکور معادله
محب \div + حب $\div \sqrt[5]{1 - 1} = 1$ اولوب بوحالده
محب $\div = 1$ ، حب $\div = 0$. اوله جفته بناء

$$x^5 = 0 \text{ و } \pi \text{ اولوب و بورادن}$$

$$\frac{\pi^2}{9} = 0 \text{ اولور .}$$

و محله .. ، ۱ ، ۲ ، ۳ ، ۴ وضع ایدرهك

$$x^5 = 0 \text{ ، } x^5 = 1 \text{ ، } x^5 = 2 \text{ ، } x^5 = 3 \text{ ، } x^5 = 4$$

$$x^5 = 0 \text{ ، } x^5 = 1 \text{ ، } x^5 = 2 \text{ ، } x^5 = 3 \text{ ، } x^5 = 4 \text{ ، } x^5 = 5$$

اولور که ط^ل - ۱ = . معادله سنک هر جذری ط^ل -
 ۱ = . معادله سنک بر جذریه ل^ل - ۱ = . معادله سنک
 بر جذریه حاصل ضربیه مساوی اولوب بوحالده ط^ل - ۱ = .
 معادله سنک ط^ل ل عدد جذری ط^ل - ۱ = . معادله سنک
 ط قدر تعیین اولتان جذریک ل^ل - ۱ = . معادله سنک
 ل قدر تحصیل قلنان جذریه حاصل ضربیدن عبارتدر .

عمومیتله ل^ل - ۱ = . معادله سنک جبرایله حلی مذکور
 معادلهده م اولکی حدلرک بر حاصل ضربی اولدیقندن قواعد
 جبریه ایله حلی م قدر حدلرک قوتنده وعین شکله بر معادله نك
 حلنه ارجاع اولنور .

۹۰ — سائر تطبیقلر . مواری دستورلری غایت معروف
 سائر تطبیقاتده خدمت ایدرلر .

مثلا بوقاروده کی (ب) ، (ح) دستورلرنده طرف ثانیلر
 محب^م ح^م حد مشترکنه الترق

$$\begin{aligned} & \text{محب}^2 \text{ م} = \text{محب}^2 [1 - \frac{(1-2)^2}{2 \times 1} \text{ م}^2 + \dots] \\ & \text{و حب}^2 \text{ م} = \text{محب}^2 [2 \text{ م}^2 - \frac{(2-2)(1-2)^2}{3 \times 2 \times 1} \text{ م}^2 + \dots] \\ & \text{و حب}^2 \text{ م} = \text{محب}^2 [4 \text{ م}^2 - \frac{(4-2)(3-2)(2-2)(1-2)^2}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \text{ م}^2 + \dots] \end{aligned}$$

۴ = س وضعیه بورادن $\frac{س}{۵} = ۲$ اولوب
مذکور دستورلر

$$+ \frac{۵^۲ م}{۵} \cdot \frac{س (۵ - س)}{۲ \times ۱} -] \text{ محب } ۵ =$$

$$[\dots - \frac{۵^۲ م}{۵} \cdot \frac{س (۵ - س) (۵۲ - س) (۵۳ - س)}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱}$$

$$- \frac{۵ م}{۵} \cdot س] \text{ محب } ۵ =$$

$$[\dots + \frac{۵^۲ م}{۵} \cdot \frac{س (۵ - س) (۵۲ - س)}{۳ \times ۲ \times ۱}$$

اولوب ۵ صفره ارجاع اولندقد س غیر متحول قاله رق

غایه سنده $\frac{۵ م}{۵} = ۱$ و محب ۵ = ۱ و بونی متعاقب

$$\frac{س^۳}{۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} + \frac{س^۲}{۲ \times ۱} - ۱ = \text{محب } ۵$$

$$(۱) \dots + \frac{س^۳}{۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} -$$

$$\frac{س^۵}{۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} + \frac{س^۴}{۳ \times ۲ \times ۱} - س = \text{حب } ۵$$

$$(۲) \dots + \frac{س^۵}{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱} -$$

علم جبرده سائر اصوللر ایله تحصیل اولنه بیلان اشبو
سلسله لر قوس تابعیه بر قوسک جیب، و تمام جیبی حساب ایدرلر.

(۲) رقلی سلسله غایت مقارب اولدیفندن اوج حددن
صکره کلان حدلردن صرف نظر اولنه بیلور و بوحالده

س — حب س $= \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{120}$ اولوب اشته طفسان
درجه دن غایت کوچک اولان بر قوس ایله جیبی بیتنده کی فضل
قوس مذکور مکینک سدسندن اصغر اولور.

عین وجهله (۱) رقلی دستور تمام جیب ایله $1 - \frac{\pi}{4}$
بیتنده کی فضل $\frac{\pi}{4}$ دن یعنی قوسک دردنجی قوتنک یکرمی درنده
برندن اصغر اولدیفنی کوسترر.

(۱) رقلی دستورده س $= \frac{\pi}{4}$ وضع ایدیلور ایسه
سلسله نک برنجی طرفی صفره مساوی اوله رق بعده $\frac{\pi}{4}$ یرینه
 $\frac{1}{2}$ قونور ایسه $\frac{1}{4}$ اولوب ع ایله ضرب اولندقد.

$$\left(\frac{\pi}{4}\right) \\ \frac{1}{2} = \dots - \frac{1-4}{720} + \frac{1-4}{24} - \frac{1-4}{2} + \frac{1-4}{2} - \frac{1-4}{2} + \dots$$

اشبو معادله نک جذرلری $\frac{1}{4}$ نک نک مضاعفته، مجموعی اشارتنک
 $\left(\frac{\pi}{4}\right)$

عکسیله حد ثانی امثاله مساوی اولور. بوحالده

$$\text{یاخود} \quad \dots + \frac{1}{\frac{(\pi^2)}{2}} + \frac{1}{\frac{(\pi^2)}{2}} + \frac{1}{\frac{(\pi^2)}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$(۳) \quad \dots + \frac{1}{9} + \frac{1}{۷} + \frac{1}{۵} + \frac{1}{۳} + ۱ = \frac{\pi}{8}$$

اشبو سلسله π نك قيمت عددیه سنی حسابہ خدمت ایلر .
مذکور سلسله دن غایت متقارب سلسله لر استخراج اولنور . مثلاً

$$۲ = \dots + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۲} + \frac{1}{۱}$$

$$\text{اولوب} \quad \frac{۲}{۴} = \dots + \frac{1}{۸} + \frac{1}{۶} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۲}$$

ایکنجی برنجیدن طرح ایله

$$\frac{\pi}{8} = \dots + \frac{1}{۷} + \frac{1}{۵} + \frac{1}{۳} + ۱ = \frac{۲}{۴} - ۲$$

و $\frac{\pi}{۷} = ۲$ اولوب بوحالده

$$(۴) \quad \dots + \frac{1}{۵} + \frac{1}{۴} + \frac{1}{۳} + \frac{1}{۲} + ۱ = \frac{\pi}{۷}$$

اولور .

بردن اون بیکه قدر اعداد اصلیه و لغارمه لری

لغارمه	عدد	لغارمه	عدد	لغارمه	عدد	لغارمه	عدد	لغارمه	عدد
۷۸۰۰	۱۱۱۷	۹۰۹۰۲	۸۱۱	۷۹۱۰۸	۷۹۱	۷۲۲۲۸	۷۱۱	۰۰۰۰۰	۱
۰۰۲۸	۷۲	۱۲۲۴	۷۱	۹۸۱۰	۹۸۱	۷۸۳۰	۷۲۲	۷۰۱۰۲	۲
۰۷۲۹	۷۹	۱۰۲۰	۷۲	۷۰۱۰۷	۰۰۲	۰۷۰۲	۷۲۷	۷۷۷۱۷	۳
۷۱۰۸	۰۱	۱۷۰۱	۷۲	۰۷۲۲	۰۹	۰۹۸۲	۷۹	۷۹۸۹۷	۰
۷۱۸۲	۰۲	۱۸۰۰	۷۹	۱۷۸۲	۷۱	۷۲۲۷	۷۲	۸۲۰۱۰	۷
۷۰۰۸	۷۲	۷۲۷۷	۷۹	۱۸۰۰	۷۲	۷۸۲۰	۷۹	۰۷۲۲۹	۱۱
۷۸۰۷	۷۱	۲۰۹۰	۰۲	۲۲۲۰	۷۱	۸۲۰۲	۷۱	۱۱۲۹۲	۱۲
۷۲۲۰	۸۱	۲۲۹۸	۰۷	۲۷۹۹	۷۲	۹۹۷۷	۰۱	۲۲۰۲۰	۱۷
۷۲۲۰	۸۷	۲۲۹۹	۰۹	۲۰۸۷	۰۷	۷۰۹۹۲	۰۷	۷۲۸۷۰	۱۹
۷۷۲۲	۹۲	۲۲۰۱	۷۲	۰۰۰۱	۷۲	۱۹۹۷	۷۲	۲۲۱۷۲	۲۲
۷۹۰۲	۱۲۰۱	۷۲۰۰	۷۷	۰۰۱۱	۷۹	۷۹۷۰	۷۹	۷۲۲۲۰	۷۹
۸۲۸۷	۱۲	۷۲۹۸	۸۱	۰۷۲۲	۷۱	۲۲۹۷	۷۱	۷۹۱۲۷	۲۱
۸۰۲۹	۱۷	۷۰۹۷	۸۲	۷۱۸۸	۷۷	۷۲۲۸	۷۷	۰۷۸۲۰	۲۷
۸۷۲۲	۷۲	۷۷۹۲	۸۷	۷۸۲۲	۸۷	۷۸۷۱	۸۱	۷۱۲۷۸	۷۱
۸۹۰۰	۷۹	۰۷۷۱	۹۰۷	۷۲۰۰	۹۲	۰۱۷۹	۸۲	۷۲۲۲۷	۷۲
۹۰۲۷	۲۱	۰۹۰۲	۱۱	۷۷۲۲	۹۹	۷۷۸۷	۷۹۲	۷۷۲۱۰	۷۷
۹۲۲۷	۲۷	۷۲۲۲	۱۹	۷۸۸۷	۷۰۱	۸۷۱۲	۲۰۷	۷۲۲۲۸	۰۲
۹۷۰۷	۷۹	۷۸۰۲	۷۹	۸۲۱۹	۰۷	۹۲۷۷	۱۱	۷۷۰۸۰	۰۹
۱۰۰۰۲	۰۹	۷۱۷۲	۲۷	۸۷۲۷	۱۲	۹۰۰۲	۱۲	۷۸۰۲۲	۷۱
۰۷۱۹	۷۷	۷۲۰۹	۷۱	۹۰۲۹	۱۷	۰۰۱۰۷	۱۷	۸۲۷۰۷	۷۷
۰۷۸۷	۷۹	۷۷۲۰	۷۲	۹۱۷۹	۱۹	۱۹۸۲	۲۱	۸۰۱۲۷	۷۱
۰۸۲۲	۸۲	۷۹۰۹	۰۲	۸۰۰۰۲	۷۱	۷۷۲۲	۲۷	۸۱۲۲۲	۷۲
۱۰۲۰	۸۹	۸۰۲۲	۷۷	۰۷۸۷	۷۱	۷۰۲۲	۷۲	۸۹۷۲۲	۷۹
۱۰۹۲	۹۱	۸۷۲۲	۷۱	۰۸۲۱	۷۲	۷۲۲۲	۷۹	۹۱۹۰۸	۸۲
۱۲۹۲	۹۷	۸۹۸۹	۷۷	۱۰۹۰	۷۷	۷۲۷۷	۰۲	۹۲۹۲۹	۸۹
۱۲۲۸	۱۲۰۱	۹۲۰۰	۸۲	۱۲۹۱	۰۲	۰۰۰۹	۰۹	۹۸۷۷۷	۹۷
۱۲۹۲	۰۲	۹۲۰۷	۹۱	۱۸۸۹	۰۹	۷۲۷۷	۷۲	۰۰۰۲۲	۱۰۰۱
۱۷۲۸	۰۷	۹۸۷۰	۹۷	۲۰۲۰	۷۱	۷۱۷۱	۷۲	۰۱۲۸۲	۲
۲۰۲۲	۱۹	۰۲۸۹	۱۰۰۹	۷۸۰۲	۷۲	۷۸۲۲	۷۹	۰۲۹۲۸	۷
۲۰۹۰	۷۱	۰۰۷۱	۱۲	۲۰۰۹	۷۷	۸۲۲۰	۸۲	۰۲۷۲۲	۹
۲۲۸۷	۷۲	۰۸۱۷	۱۹	۲۲۲۲	۸۲	۸۹۹۰	۸۹	۰۰۲۰۸	۱۲
۲۲۸۷	۷۱	۰۹۰۲	۷۱	۲۹۲۸	۹۱	۹۸۷۹	۹۷	۱۰۲۸۰	۷۷
۲۰۷۷	۷۷	۱۲۲۷	۷۱	۲۰۲۲	۷۰۱	۷۰۲۲	۷۰۱	۱۱۷۲۷	۲۱
۲۷۷۷	۷۲	۱۲۱۰	۲۲	۰۰۷۰	۰۹	۱۱۷۲	۹	۱۲۷۲۲	۲۷
۲۰۱۹	۸۱	۱۷۲۲	۲۹	۰۷۲۲	۱۹	۲۲۲۱	۱۹	۱۲۲۰۱	۲۹
۷۰۸۲	۹۹	۲۰۷۸	۷۲	۷۱۰۲	۷۷	۷۲۲۸	۷۱	۱۷۲۱۹	۷۹
۷۸۹۱	۱۲۰۹	۲۱۷۰	۰۱	۷۰۱۰	۲۲	۲۲۲۸	۷۱	۱۷۹۸۸	۰۱
۰۲۲۰	۷۲	۲۰۷۲	۷۱	۷۸۲۲	۲۹	۲۲۲۹	۲۲	۱۹۰۹۰	۰۷
۰۲۲۲	۷۷	۲۲۰۲	۷۲	۷۰۹۹	۷۲	۷۲۲۷	۲۹	۲۱۲۱۹	۷۲
۰۰۰۲	۷۹	۲۸۹۸	۷۹	۷۰۲۲	۰۱	۷۲۲۰	۷۲	۲۲۲۲۲	۷۷
۰۷۲۰	۲۲	۲۲۲۲	۸۷	۷۹۱۰	۰۷	۰۲۲۰	۷۹	۲۲۸۰۰	۷۲
۰۸۰۷	۲۹	۲۷۸۲	۹۱	۸۱۲۸	۷۱	۰۹۹۲	۰۲	۲۲۸۸۰	۷۹
۷۰۲۷	۷۲	۲۸۲۲	۹۲	۸۰۹۲	۷۹	۷۲۷۰	۷۱	۲۰۷۷۸	۸۱
۷۱۷۷	۰۱	۷۰۲۱	۹۷	۸۸۱۸	۷۲	۷۰۰۸	۷۲	۲۸۱۰۲	۹۱
۷۲۲۷	۰۲	۷۲۰۸	۱۱۰۲	۹۰۹۷	۸۷	۷۹۲۲	۷۲	۲۸۰۰۷	۹۲
۷۲۰۷	۰۹	۷۲۹۲	۱۱۰۹	۹۰۱۲۷	۹۷	۸۰۲۲	۷۹	۲۹۲۲۷	۹۷
۷۷۷۱	۱۲۷۱	۷۹۷۱۰	۲	۰۷۹۰	۸۰۹	۸۷۰۲	۷۸۷	۲۹۸۸۰	۱۲۹

بردن اون بیکه قدر اعداد اصلیه و لغاتمه لری

لغاتمه	عدد	لغاتمه	عدد	لغاتمه	عدد	لغاتمه	عدد	لغاتمه	عدد
۲۶۴۹۲	۲۹۱۷	۲۰۸۷۲	۲۵۵۷	۲۲۲۰۱	۲۲۰۲	۲۶۰۷۹	۱۸۲۲	۱۷۰۵۶	۱۲۸۱
۷۲۲	۲۷	۲۱۱۲۵	۷۹	۲۸۰	۰۷	۲۶۹	۲۱	۱۱۲	۸۲
۸۲۰	۲۹	۲۲۷	۹۱	۲۹۸	۱۲	۲۲۷	۲۷	۲۲۱	۸۷
۲۷۰۲۶	۵۲	۲۸۰	۹۲	۷۵۵	۲۱	۹۷۵	۷۱	۲۸۹	۸۹
۰۸۵	۵۷	۷۲۷	۲۶۰۹	۹۷۷	۲۷	۲۷۱۱۲	۷۷	۲۰۶	۹۲
۱۷۲	۷۲	۷۸۰	۱۷	۲۵۰۰۰	۲۹	۲۰۷	۷۱	۵۸۰	۹۹
۲۶۱	۷۹	۸۲۷	۲۱	۰۸۲	۲۲	۲۵۲	۷۲	۹۲۶	۱۵۱۱
۲۹۰	۷۱	۲۲۰۲۵	۲۲	۲۲۸	۵۱	۲۲۶	۷۷	۱۸۲۷۰	۲۲
۲۹۸	۹۹	۲۷۵	۲۷	۵۲۵	۷۷	۲۹۲	۷۹	۲۹۸	۲۱
۷۲۷	۲۰۰۱	۲۲۹	۵۷	۵۸۲	۷۹	۷۲۲	۸۹	۸۲۷	۲۲
۸۷۱	۱۱	۲۷۲	۵۹	۷۶۰	۷۲	۸۹۸	۱۹۰۱	۱۹۰۰۰	۲۹
۹۸۶	۱۹	۵۲۷	۷۲	۸۱۲	۸۱	۲۸۰۲۵	۰۷	۱۱۷	۵۲
۲۸۰۲۲	۲۲	۷۶۷	۷۱	۹۲۷	۸۷	۱۷۱	۱۲	۲۸۵	۵۹
۲۲۲	۲۷	۷۶۵	۷۷	۲۶۰۲۰	۹۲	۵۷۸	۲۱	۵۰۷	۷۷
۲۰۲	۲۱	۸۶۲	۸۲	۱۱۶	۹۷	۷۲۲	۲۲	۶۱۸	۷۱
۲۱۶	۲۹	۹۲۷	۸۷	۲۲۲	۲۲۰۹	۹۸۱	۲۹	۸۲۸	۷۹
۵۸۶	۶۱	۹۵۹	۸۹	۲۸۰	۱۱	۲۹۰۲۶	۵۱	۹۲۸	۸۲
۷۶۱	۷۷	۲۲۰۲۲	۹۲	۷۹۱	۲۲	۵۱۲	۷۲	۲۰۲۲۰	۹۷
۸۲۱	۷۹	۱۲۰	۹۹	۹۰۲	۲۹	۷۲۵	۷۹	۲۲۹	۱۶۰۱
۸۹۷	۸۲	۲۲۹	۲۷۰۷	۹۲۰	۲۱	۸۲۰	۸۷	۶۰۲	۰۷
۹۸۲	۸۹	۲۱۲	۱۱	۲۷۰۵۱	۲۷	۹۵۱	۹۲	۶۵۶	۰۹
۲۹۲۶۲	۲۱۰۹	۲۲۵	۱۲	۱۲۵	۵۱	۲۰۰۲۸	۹۷	۷۶۲	۱۲
۲۰۲	۱۹	۲۲۱	۱۹	۲۲۶	۵۷	۰۸۱	۹۹	۹۲۵	۱۹
۲۲۹	۲۱	۶۰۰	۲۹	۲۹۲	۷۱	۱۶۸	۲۰۰۲	۹۷۸	۲۱
۶۵۱	۲۷	۷۲۲	۲۱	۶۰۲	۷۷	۲۲۱	۱۱	۲۱۱۲۹	۲۷
۵۰۰۱۰	۲۲	۷۹۱	۲۱	۶۷۶	۸۱	۲۷۱	۱۷	۲۰۵	۲۷
۰۶۵	۶۷	۹۱۷	۲۹	۷۱۲	۸۲	۶۸۵	۲۷	۹۲۲	۵۷
۰۹۲	۶۹	۹۸۱	۵۲	۸۲۲	۸۹	۷۲۸	۲۹	۲۲۰۸۹	۶۲
۲۵۶	۸۱	۲۲۲۰۱	۶۷	۸۹۲	۹۲	۹۲۲	۲۹	۱۹۲	۶۷
۲۲۸	۸۷	۲۵۸	۷۷	۲۸۰۰۲	۹۹	۲۱۲۲۹	۵۲	۲۲۶	۶۹
۲۹۲	۹۱	۵۲۵	۸۹	۲۲۰	۲۲۱۱	۲۵۰	۶۲	۸۶۶	۹۲
۵۵۶	۲۲۰۲	۵۷۶	۹۱	۲۲۸	۱۷	۵۷۶	۶۹	۹۶۸	۹۷
۶۲۷	۰۹	۶۶۹	۹۷	۲۲۵	۲۲	۸۲۷	۸۱	۲۲۰۱۹	۹۹
۷۲۵	۱۷	۷۲۱	۲۸۰۱	۶۸۶	۲۷	۸۶۹	۸۲	۲۷۲	۱۷۰۹
۷۹۹	۲۱	۷۶۲	۰۲	۷۵۷	۲۱	۹۵۲	۸۷	۵۷۸	۲۱
۹۰۷	۲۹	۲۵۰۱۰	۱۹	۸۶۲	۲۷	۹۹۲	۸۹	۶۶۹	۲۲
۵۱۲۰۲	۵۱	۲۲۵	۲۲	۲۹۰۷۶	۵۹	۲۲۲۰۱	۹۹	۸۸۰	۲۲
۲۲۸	۵۲	۲۸۶	۲۷	۲۱۷	۶۷	۲۲۹	۲۱۱۱	۲۲۰۸۰	۲۱
۲۸۲	۵۷	۲۷۸	۲۲	۲۲۲	۷۲	۲۹۰	۱۲	۲۲۹	۲۷
۲۰۸	۵۹	۵۰۰	۵۱	۲۹۲	۷۷	۸۱۸	۲۹	۲۷۸	۵۲
۲۶۸	۷۱	۵۹۱	۵۷	۸۲۶	۲۵۰۲	۸۵۸	۲۱	۵۲۷	۵۹
۸۲۸	۹۹	۶۵۲	۶۱	۲۰۱۵۷	۲۱	۹۸۰	۲۷	۶۶۹	۷۷
۸۶۵	۲۲۰۱	۹۲۲	۷۹	۲۲۹	۲۱	۲۲۰۶۲	۲۱	۲۵۱۱۵	۸۲
۹۲۲	۷	۲۶۰۲۵	۸۷	۲۶۶	۲۹	۱۰۲	۲۲	۲۱۲	۸۷
۵۲۰۲۲	۱۲	۱۹۵	۹۷	۵۲۵	۲۲	۲۰۲	۵۲	۲۶۱	۸۹
۱۰۱	۱۹	۲۸۵	۲۹۰۲	۶۲۷	۲۹	۲۶۵	۶۱	۵۵۱	۱۸۰۱
۱۵۲	۲۲	۲۷۲	۰۹	۶۷۱	۵۱	۸۲۶	۷۹	۷۹۲	۱۱

بردن اون بیکه قدر اعداد اصلیه و لغارتمه لری

لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد
۱۹۱۸۸	۲۹۱۹	۱۶۵۵۲	۲۲۹۲	۱۱۱۸۲	۲۰۹۱	۵۶۷۸۵	۲۶۹۷	۵۲۲۲۱	۲۲۲۹
۲۹۲	۲۱	۲۸۹	۲۵۰۷	۲۰۲	۹۲	۸۲۲	۲۷۰۱	۲۵۷	۲۱
۲۱۱	۲۲	۲۲۷	۱۲	۲۶۸	۹۹	۹۲۶	۰۹	۲۱۲	۲۲
۲۲۶	۲۷	۲۸۵	۱۷	۲۹۵	۲۱۱۱	۵۷۰۲۲	۱۹	۲۶۶	۲۷
۲۹۹	۲۲	۵۰۲	۱۹	۵۲۲	۲۷	۱۲۶	۲۷	۲۲۱	۵۹
۲۶۹	۵۱	۵۲۲	۲۲	۵۸۲	۲۹	۲۰۶	۲۲	۲۲۷	۶۱
۵۲۲	۵۷	۷۷۲	۲۷	۶۲۷	۲۲	۲۷۶	۲۹	۷۷۶	۷۱
۶۰۹	۶۷	۷۹۲	۲۹	۶۹۰	۲۹	۵۲۰	۶۱	۸۰۲	۷۲
۶۲۷	۶۹	۹۰۶	۶۱	۸۲۶	۵۲	۶۰۰	۶۷	۵۲۰۰۷	۸۹
۶۶۲	۷۲	۹۶۲	۶۷	۸۷۸	۵۷	۶۲۲	۶۹	۰۲۲	۹۱
۷۸۲	۸۷	۶۶۱۱۵	۸۲	۸۹۹	۵۹	۷۲۸	۷۹	۰۲۲	۲۲۰۷
۸۲۶	۹۲	۱۹۱	۹۱	۶۲۰۸۶	۷۷	۸۹۸	۹۲	۲۱۲	۱۲
۸۸۸	۹۹	۲۲۷	۹۷	۲۲۵	۲۲۰۱	۹۲۲	۹۷	۵۶۷	۲۲
۹۲۲	۵۰۰۲	۲۰۲	۲۶۰۲	۲۲۹	۱۱	۵۸۰۱۲	۲۸۰۲	۷۶۹	۲۹
۹۷۵	۰۹	۲۷۲	۲۱	۵۰۰	۱۷	۲۱۸	۲۱	۸۷۰	۵۷
۹۹۲	۱۱	۶۲۲	۲۷	۵۲۱	۱۹	۲۲۰	۲۲	۹۲۰	۶۱
۷۰۰۷۹	۲۱	۶۲۲	۲۹	۶۲۲	۲۹	۲۵۲	۲۲	۹۲۵	۶۲
۰۹۶	۲۲	۶۸۰	۲۲	۶۲۲	۲۱	۵۱۲	۲۷	۹۹۵	۶۷
۲۲۲	۲۹	۷۲۶	۲۹	۷۲۷	۲۱	۵۵۷	۵۱	۵۲۰۲۰	۶۹
۲۲۸	۵۱	۷۵۵	۵۱	۷۶۷	۲۲	۵۸۰	۵۲	۲۹۵	۹۱
۲۰۶	۵۹	۸۱۱	۵۷	۸۷۰	۵۲	۶۹۲	۶۲	۲۹۲	۹۹
۵۶۱	۷۷	۸۶۷	۶۲	۹۲۱	۵۹	۸۵۰	۷۷	۵۲۲	۲۵۱۱
۵۹۵	۸۱	۹۶۰	۷۲	۹۵۱	۶۱	۸۹۲	۸۱	۶۱۷	۱۷
۶۲۶	۸۷	۶۷۰۱۵	۷۹	۶۲۰۵۲	۷۱	۹۸۲	۸۹	۷۲۱	۲۷
۷۲۹	۹۹	۱۲۷	۹۱	۰۷۲	۷۲	۵۹۱۸۲	۲۹۰۷	۷۶۵	۲۹
۷۶۶	۵۱۰۱	۲۲۷	۲۷۰۲	۱۷۵	۸۲	۲۲۹	۱۱	۸۱۲	۲۲
۸۱۷	۰۷	۲۰۲	۲۱	۲۲۶	۸۹	۲۹۵	۱۷	۸۸۸	۲۹
۸۶۸	۱۲	۲۲۲	۲۲	۲۱۷	۹۷	۲۱۸	۱۹	۹۱۲	۲۱
۹۱۹	۱۹	۲۷۷	۲۹	۶۱۹	۲۲۲۷	۲۶۲	۲۲	۹۸۶	۲۷
۷۱۱۵۵	۲۷	۵۱۲	۲۲	۷۱۹	۲۷	۲۲۸	۲۹	۵۵۱۰۸	۵۷
۲۰۶	۵۲	۶۷۹	۵۱	۷۲۹	۲۹	۲۵۰	۲۱	۱۲۲	۵۹
۲۲۲	۶۷	۷۵۵	۵۹	۸۲۹	۲۹	۵۸۲	۲۲	۲۷۹	۷۱
۲۵۷	۷۱	۹۷۰	۸۲	۹۱۹	۵۷	۶۲۷	۲۷	۲۰۰	۸۱
۲۲۵	۷۹	۶۸۰۰۶	۸۷	۹۷۹	۶۲	۸۲۶	۶۷	۲۲۵	۸۲
۵۰۸	۸۹	۰۲۲	۸۹	۶۲۰۷۸	۷۲	۶۰۰۸۶	۸۹	۵۲۶	۹۲
۵۷۵	۹۷	۰۶۱	۹۲	۲۵۶	۹۱	۲۱۷	۲۰۰۱	۷۱۵	۲۶۰۷
۶۷۵	۵۲۰۹	۱۱۵	۹۹	۲۱۶	۹۷	۲۲۹	۲	۷۸۷	۱۲
۸۲۵	۲۷	۱۲۲	۲۸۰۱	۲۲۲	۲۲۰۹	۲۸۲	۷	۸۲۵	۱۷
۸۵۸	۲۱	۲۲۲	۱۲	۵۵۲	۲۱	۲۲۷	۱۲	۹۰۷	۲۲
۸۷۵	۲۲	۲۷۸	۱۷	۵۷۲	۲۲	۲۱۲	۱۹	۵۶۰۰۲	۲۱
۹۰۸	۲۷	۲۰۲	۲۱	۷۲۸	۲۱	۲۲۲	۲۱	۰۷۲	۲۷
۷۲۱۰۷	۶۱	۶۷۲	۶۱	۸۰۷	۲۷	۲۹۸	۲۷	۱۲۶	۲۲
۲۰۶	۷۲	۷۶۲	۷۱	۸۲۶	۵۱	۷۲۵	۲۹	۲۲۶	۵۹
۲۵۵	۷۹	۸۱۵	۷۷	۹۰۲	۵۷	۷۵۶	۵۱	۲۷۸	۷۱
۲۷۲	۸۱	۹۲۲	۸۹	۹۶۲	۶۲	۸۲۱	۵۷	۵۰۲	۷۲
۲۰۲	۹۷	۶۹۰۲۶	۲۹۰۲	۶۵۱۲۷	۸۱	۹۹۱	۷۲	۵۲۹	۷۷
۲۵۲	۵۲۰۲	۰۹۹	۰۹	۱۵۷	۸۲	۶۱۰۵۵	۷۹	۷۲۲	۹۱

ردن اون بیکه قدر اعداد اصلیه و لغارتمه لری

لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد
۸۴۱۹۴	۶۹۲۹	۸۱۶۰۲	۶۵۲۷	۷۸۶۸۴	۶۱۴۱	۷۵۵۹۵	۵۷۰۱	۷۴۵۰۱	۵۴۰۹
۴۵۵	۵۹	۶۴۱	۵۱	۷۵۴	۴۱	۶۷۱	۱۱	۶۱۶	۴۴
۴۶۷	۶۱	۶۴۴	۵۴	۷۶۷	۴۴	۷۱۷	۱۷	۶۹۷	۴۴
۴۰۵	۶۷	۷۱۰	۶۴	۸۴۸	۴۴	۸۶۸	۴۷	۸۱۱	۴۷
۴۴۰	۷۱	۷۵۰	۶۹	۸۹۵	۵۱	۸۹۹	۴۱	۸۴۴	۵۱
۴۶۷	۷۷	۷۶۴	۷۱	۹۷۹	۶۴	۹۱۴	۴۴	۷۴۰۸۶	۸۱
۴۰۴	۸۴	۸۰۴	۷۷	۷۹۰۵۰	۷۴	۹۵۹	۴۹	۱۴۵۰	۸۷
۴۵۴	۹۱	۸۴۹	۸۱	۴۱۸	۹۷	۷۶۱۸۵	۷۹	۱۸۴۴	۹۴
۴۹۱	۹۷	۹۴۸	۹۹	۴۴۴	۹۹	۴۱۵	۸۴	۴۴۱	۹۹
۵۱۶	۷۰۰۱	۸۴۰۰۰	۶۶۰۷	۴۶۰	۶۴۰۴	۴۷۵	۹۱	۴۹۶	۵۴۰۷
۵۹۰	۱۴	۰۷۹	۱۹	۴۱۶	۱۱	۴۵۰	۵۸۰۱	۴۴۴	۱۴
۶۴۸	۱۹	۱۹۷	۲۹	۴۵۸	۱۷	۴۹۵	۰۷	۴۶۶	۱۷
۶۷۷	۴۷	۴۰۴	۵۴	۴۸۶	۴۱	۴۴۰	۱۴	۴۹۴	۱۹
۷۵۱	۴۹	۴۴۱	۵۹	۴۴۴	۴۹	۵۰۰	۴۱	۴۸۸	۴۱
۷۷۶	۴۴	۴۵۴	۶۱	۵۶۷	۴۷	۵۴۵	۴۷	۵۴۶	۴۷
۸۶۴	۵۷	۴۴۴	۷۴	۶۴۷	۵۷	۶۴۴	۴۹	۵۶۸	۴۱
۹۴۶	۶۹	۴۷۱	۷۹	۶۷۸	۶۴	۶۶۴	۴۴	۵۸۴	۴۴
۹۹۷	۷۹	۵۴۶	۸۹	۷۴۰	۶۹	۷۰۸	۴۹	۶۴۴	۴۹
۸۵۱۴۴	۷۱۰۴	۵۴۹	۹۱	۷۴۴	۷۱	۷۴۴	۵۱	۸۰۷	۷۱
۱۸۱	۰۹	۶۱۴	۶۷۰۱	۷۷۵	۷۷	۷۶۸	۵۷	۸۵۴	۷۷
۴۵۴	۴۱	۶۴۷	۰۴	۸۴۴	۸۷	۷۹۷	۶۱	۸۷۰	۷۹
۴۹۱	۴۷	۶۶۶	۰۹	۹۴۷	۹۹	۸۴۴	۶۷	۹۰۴	۸۴
۴۰۴	۴۹	۷۴۰	۱۹	۹۴۱	۶۴۰۱	۸۵۶	۶۹	۷۴۰۴۴	۵۵۰۱
۴۴۷	۵۱	۸۴۱	۴۴	۸۰۰۱۰	۱۱	۹۴۰	۷۹	۰۶۰	۰۴
۵۸۵	۵۹	۸۴۷	۴۷	۰۵۱	۱۷	۹۴۵	۸۱	۰۹۴	۰۷
۵۹۴	۷۷	۸۴۰۰۱	۶۱	۰۹۴	۴۴	۷۷۰۶۴	۹۷	۱۸۶	۱۹
۶۵۵	۸۷	۰۱۴	۶۴	۱۴۴	۴۹	۱۰۷	۵۹۰۴	۴۰۴	۴۱
۶۹۱	۹۴	۱۱۷	۷۴	۱۸۸	۴۷	۴۵۴	۴۴	۴۴۹	۴۷
۷۷۵	۷۴۰۷	۱۴۹	۸۱	۴۴۹	۴۴	۴۸۴	۴۷	۴۸۰	۴۱
۸۰۰	۱۱	۱۹۴	۹۱	۴۹۸	۵۴	۴۷۱	۴۹	۴۸۴	۵۷
۸۱۴	۱۴	۴۰۶	۹۴	۴۴۹	۵۹	۴۷۴	۵۴	۵۴۱	۶۴
۸۴۸	۱۹	۴۷۰	۶۸۰۴	۴۵۴	۶۱	۶۷۷	۸۱	۵۷۸	۶۹
۹۰۸	۴۹	۴۹۸	۴۴	۴۹۴	۶۷	۷۴۱	۸۷	۶۰۹	۷۴
۹۵۶	۴۷	۴۴۴	۴۷	۴۴۴	۷۴	۸۶۶	۶۰۰۷	۶۷۱	۸۱
۹۹۴	۴۴	۴۴۶	۴۹	۴۷۵	۷۹	۸۹۵	۱۱	۷۴۹	۹۱
۸۶۰۱۶	۴۷	۴۶۱	۴۴	۵۴۴	۸۹	۷۸۰۴۵	۴۹	۹۹۷	۵۶۴۴
۰۵۴	۵۴	۵۱۴	۴۱	۵۹۸	۹۷	۰۸۴	۴۸	۷۵۱۴۰	۴۹
۴۴۱	۸۴	۶۱۴	۵۷	۷۶۰	۶۴۴۱	۱۴۵	۴۴	۱۴۶	۴۱
۴۴۴	۹۷	۶۵۱	۶۴	۸۰۱	۴۷	۱۵۴	۴۷	۱۸۴	۴۷
۴۷۴	۷۴۰۷	۶۸۹	۶۹	۹۴۹	۴۹	۱۹۷	۵۴	۴۴۴	۵۱
۴۸۶	۰۹	۷۰۴	۷۱	۹۶۴	۵۱	۴۹۷	۶۷	۴۴۸	۵۴
۴۵۷	۴۱	۷۷۸	۸۴	۸۱۰۸۴	۶۹	۴۴۰	۷۴	۴۵۹	۵۷
۵۱۶	۴۱	۸۷۹	۹۹	۱۱۱	۷۴	۴۸۴	۷۹	۴۸۴	۵۹
۵۴۸	۴۴	۹۴۹	۶۹۰۷	۱۶۴	۸۱	۴۵۵	۸۹	۴۵۱	۶۹
۶۴۴	۴۹	۹۵۴	۱۱	۴۴۱	۹۱	۴۶۹	۹۱	۴۵۸	۸۴
۶۴۶	۵۱	۹۹۴	۱۷	۴۴۱	۶۵۴۱	۵۴۰	۶۱۰۱	۵۰۴	۸۹
۷۴۱	۶۹	۸۴۱۸۰	۴۷	۴۸۵	۴۹	۶۴۵	۱۴	۵۴۴	۹۴

بردن اون يکقدر اعداد اصلیه و لغزتمه لری

لغزتمه	عدد	لغزتمه	عدد	لغزتمه	عدد	لغزتمه	عدد	لغزتمه	عدد
۹۵۷۶	۹۰۶۷	۹۲۸۴۷	۸۶۷۷	۹۱۵۵۶	۸۲۴۴	۸۹۱۲۸	۷۷۸۹	۸۶۸۸۲	۷۲۹۲
۸۶۱	۹۱	۸۵۷	۸۱	۵۷۷	۴۷	۱۷۰	۹۲	۹۸۸	۷۲۱۱
۹۱۸	۹۱۰۳	۸۹۷	۸۹	۶۰۹	۲۴	۴۰۲	۷۸۱۷	۸۷۰۲۴	۱۷
۹۴۷	۰۹	۹۱۷	۹۲	۷۱۴	۶۳	۴۴۷	۴۳	۱۱۶	۴۳
۹۶۰۲۴	۴۷	۹۲۷	۹۹	۷۲۵	۶۹	۴۷۱	۴۹	۴۴۱	۵۱
۰۶۱	۴۳	۹۸۷	۸۷۰۷	۷۶۶	۷۳	۴۴۷	۴۱	۴۵۶	۵۷
۰۸۰	۴۷	۹۲۰۱۷	۱۴	۸۴۰	۸۷	۵۰۲	۵۴	۴۶۸	۵۹
۱۲۷	۵۱	۰۴۷	۱۹	۸۶۱	۹۱	۵۸۱	۶۷	۴۷۳	۷۷
۱۷۵	۵۷	۱۰۶	۴۱	۸۷۱	۹۳	۶۱۴	۷۳	۴۹۶	۸۱
۱۹۲	۶۱	۱۴۶	۴۷	۸۹۲	۹۷	۶۳۶	۷۷	۴۴۱	۸۷
۴۵۱	۷۳	۱۵۶	۴۱	۹۶۵	۸۴۱۱	۶۴۷	۷۹	۴۴۴	۸۹
۴۸۹	۸۱	۱۸۶	۴۷	۹۹۷	۱۷	۶۶۹	۸۳	۵۰۰	۹۹
۴۱۷	۸۷	۴۱۶	۵۴	۹۲۰۵۹	۴۹	۷۶۸	۷۹۰۱	۵۲۷	۷۵۰۷
۴۷۴	۹۹	۴۵۵	۶۱	۱۸۲	۵۴	۸۰۱	۰۷	۶۰۲	۱۷
۴۹۴	۹۲۰۲	۴۴۵	۷۹	۴۴۶	۶۳	۸۶۷	۱۹	۶۳۹	۴۳
۴۴۱	۰۹	۴۶۲	۸۴	۴۶۷	۶۹	۹۱۱	۴۷	۶۷۴	۴۹
۴۷۸	۴۱	۴۶۴	۸۸۰۴	۴۰۹	۷۷	۹۴۴	۴۳	۷۴۰	۴۷
۵۰۶	۴۷	۴۸۴	۰۷	۴۶۱	۸۷	۹۶۶	۴۷	۷۴۴	۴۱
۵۵۶	۴۹	۵۲۴	۱۹	۴۷۱	۸۹	۹۰۰۴۱	۴۹	۷۷۷	۴۷
۵۷۴	۴۱	۵۵۴	۴۱	۵۴۶	۸۴۱۹	۰۴۴	۵۱	۷۸۹	۴۹
۶۲۷	۵۷	۶۰۱	۴۱	۵۴۷	۴۳	۱۰۸	۶۳	۸۴۶	۵۹
۷۲۱	۷۷	۶۴۰	۴۷	۵۷۸	۴۹	۴۷۱	۹۳	۸۵۸	۶۱
۷۵۹	۸۱	۶۴۰	۴۹	۵۸۸	۴۱	۴۵۸	۸۰۰۹	۹۴۷	۷۳
۷۶۹	۸۳	۶۸۹	۴۹	۶۵۰	۴۳	۴۶۹	۱۱	۹۵۰	۷۷
۸۱۶	۹۳	۷۲۸	۶۱	۶۷۰	۴۷	۴۰۱	۱۷	۹۸۴	۸۳
۹۰۰	۹۲۱۱	۷۵۸	۶۳	۷۴۴	۶۱	۵۴۰	۴۹	۸۸۰۱۸	۸۹
۹۲۷	۱۹	۷۷۸	۶۷	۷۷۴	۶۷	۵۹۶	۵۴	۰۴۰	۹۱
۹۵۶	۴۳	۸۷۶	۸۷	۹۴۷	۸۵۰۱	۶۴۸	۵۹	۰۹۸	۷۶۰۴
۹۷۰۴۱	۴۷	۹۰۵	۹۳	۹۲۰۰۸	۱۳	۶۸۴	۶۹	۱۴۱	۰۷
۰۴۹	۴۱	۹۵۰۵۱	۸۹۴۴	۰۴۹	۴۱	۷۴۷	۸۱	۴۰۱	۴۱
۰۴۹	۴۴	۰۸۰	۴۹	۰۸۰	۴۷	۷۷۹	۸۷	۴۰۴	۴۹
۰۷۷	۴۹	۱۰۰	۴۳	۱۴۱	۴۷	۷۸۹	۸۹	۴۴۶	۴۳
۱۷۹	۷۱	۱۴۹	۴۱	۱۴۱	۴۹	۸۱۱	۹۳	۴۶۰	۴۹
۴۰۶	۷۷	۱۸۷	۵۱	۱۶۱	۴۳	۸۵۴	۸۱۰۱	۴۷۴	۶۹
۴۷۱	۹۱	۴۴۵	۶۳	۴۶۴	۶۳	۹۰۷	۱۱	۴۹۷	۷۳
۴۹۹	۹۷	۴۷۴	۶۹	۴۱۴	۷۳	۹۴۰	۱۷	۵۴۴	۸۱
۴۴۷	۹۲۰۴	۴۸۴	۷۱	۴۵۴	۸۱	۹۷۴	۴۳	۵۷۶	۸۷
۴۷۳	۱۳	۴۱۹	۹۹	۴۴۵	۹۷	۹۱۱۰۰	۴۷	۵۹۸	۹۱
۴۰۰	۱۹	۴۴۹	۹۰۰۱	۴۴۵	۹۹	۱۷۴	۶۱	۶۴۴	۹۹
۴۱۰	۴۱	۴۵۸	۰۷	۴۹۵	۸۶۰۹	۴۰۶	۶۷	۶۶۶	۷۷۰۴
۴۵۶	۴۱	۴۷۷	۱۱	۵۶۶	۴۳	۴۴۸	۷۱	۷۴۵	۱۷
۴۶۵	۴۳	۴۸۷	۱۳	۵۸۶	۴۷	۴۷۰	۷۹	۷۷۹	۴۳
۴۸۴	۴۷	۵۶۴	۴۹	۵۹۶	۴۹	۴۴۴	۹۱	۸۰۱	۴۷
۴۹۴	۴۹	۶۴۴	۴۱	۶۵۶	۴۱	۴۴۹	۸۴۰۹	۸۸۰	۴۱
۵۹۴	۶۱	۶۴۱	۴۳	۶۸۷	۴۷	۴۸۴	۱۹	۹۴۷	۵۴
۶۰۴	۶۳	۶۶۰	۴۹	۷۶۷	۶۳	۴۹۴	۴۱	۹۶۹	۵۷
۶۴۱	۶۷	۷۰۸	۵۹	۷۹۷	۶۹	۵۴۵	۴۱	۹۸۱	۵۹

ردن اون بيكه قدر اعداد اصليه و لغارتمه لری

عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه	عدد	لغارتمه
۹۲۷۳	۹۷۶۲۹	۹۶۱۳	۹۸۲۸۶	۹۷۱۹	۹۸۷۶۲	۹۸۱۱	۹۹۱۷۱	۹۹۰۷	۹۹۵۹۴
۷۹	۶۷۶	۱۹	۴۱۳	۴۱	۷۷۱	۱۷	۱۹۸	۴۳	۶۶۲
۹۱	۷۴۱	۴۳	۴۴۱	۳۳	۸۴۵	۴۹	۴۵۱	۴۹	۶۹۱
۹۷	۷۵۹	۴۹	۴۵۸	۴۹	۸۵۱	۴۳	۴۶۹	۴۱	۶۹۹
۹۵۱۱	۸۴۳	۴۱	۴۶۷	۴۳	۸۶۹	۴۹	۴۹۵	۴۱	۷۲۳
۴۱	۸۶۸	۴۳	۴۴۱	۴۹	۸۹۶	۵۱	۴۴۸	۴۹	۷۷۸
۴۳	۹۲۳	۴۹	۴۴۸	۶۷	۹۷۶	۵۷	۴۷۴	۶۷	۸۵۶
۴۹	۹۵۰	۶۱	۵۰۳	۶۹	۹۸۵	۵۹	۴۸۳	۷۳	۸۸۳
۴۷	۹۸۷	۷۷	۵۷۴	۸۱	۹۹۰۴۸	۷۱	۴۳۶		
۵۱	۹۸۰۰۵	۷۹	۵۸۳	۸۷	۰۶۵	۸۳	۴۸۹		
۸۷	۱۶۸	۸۹	۶۲۸	۹۱	۰۸۳	۸۷	۵۰۶		
۹۶۰۱	۴۴۴	۹۷	۶۶۲	۹۸۰۳	۱۳۶	۹۹۰۱	۵۶۸		

۱۸۵۱ تاريخنده تعيين اولنان شمك ميلرتمك جدولدر

ميل شمسي	ميل شمسي	ميل شمسي
۹ مارت ۰۶۰۸ + ۰	۹ جموز ۱۶ + ۲۰	۹ تشرين ثاني — ۰۱ ۲۰
۹ نيسان ۰۵۴ + ۱۱	۹ آگستوس ۱۳ + ۱۱	۹ كانون اول — ۱۶ ۲۷
۹ مایس ۰۸۱۱ + ۲۰	۹ ايلول ۰۲ + ۰۰	۹ كانون ثاني — ۰۳ ۵۸
۹ حوزيران ۲۴ + ۲۴	۹ تشرين اول — ۵۰ ۱۱	۹ شباط — ۲۴ ۴۹

تعيينه — اعداد اصليه جدول واسطه سيله ويريلاں بر عددك لغارتمه سي تعيين ايتك ايجون اكر عدد مذکور اصلي دكل ايسه اختصار طريقه اعداد اصليه له بهما التفريق لغارتمه لری آلتعرق جمع اولنوب حاصل اولان مجموع ويريلاں عددك لغارتمه سي اولور.

اكر عدد ۸۹۶۷۹۴۱ مثلو بر عدد اولور ايسه سولدن دوت خانه افراز اولنورق حاصل اولان ۸۹۶۷ عددی عدد اصلي دكل ايسه ۴۹۸۹x۳ مضروب لرينه تفريق اولنديقتن بر عددك ۴۷۷۱۲ و ۴۷۵۵۳ لغارتمه لری جمع اولنورق ۹۵۲۶۵ يالكز عددك سري النوب ۸۹۶۷ عددينك لغارتمه سي اولمش اولور.

بعده اشيوعه جدولده ۸۹۶۴ ايله ۸۹۶۹ عدد لری پيئنده بولنديقتن مذکور ايكي عدد پيئنده كي ۶ فضلنك اول عددك لغارتمه لری پيئنده كي ۰۰۰۴۹ فضلنه نسبي ويريلاں عددك افراز دن مكره اولان ۹۳۱ عددينك (س) نه نسبي

يعني ۶ : ۰۰۰۴۹ = ۰۰۰۹۳۱ : س، س = ۰۰۰۰۴۵ قدر اولوب اشيوعه قدر اولوبه تعيين اولنان ۸۹۶۷ عددينك شوه ۹۵۲۶۵ لغارتمه سي ضم اولنديقه ۸۹۶۷۹۴۱ عددينك لغارتمه سي ۶۹۵۲۶۹۵ عددی اولمش اولور و يا خود طوغرين طوغريه ابرالنده بولنديقي ايكي عدد پيئنده كي ۶ عددك اول عددك لغارتمه لری پيئنده كي ۰۰۰۴۹ فضلنه نسبي

ويريلاں عددك برنجي عددن ۹۳۱ زياده لكنتك (س) نه نسبي يعني

۰۰۰۴۹ : ۶ = ۰۰۰۹۳۱ : س، س = ۰۰۰۴۴۸ يا خود ۰۰۰۰۴۱ مقداري ۹۸۶۴ عددينك لغارتمه سي اولان ۹۵۲۶۵ عددينه ضم اولنديقه حاصل اولان ۶۹۵۲۶۹ عددی ۸۹۶۷۹۳۱ عددينك لغارتمه سي اولمش اولور. اكر لغارتمه ويريلاور ايسه عين طورده فقط عكسي عمله اجرا اولنورق مطلوب عدد تعيين اولنور.

بسيط اجرا آتده عمليات اجراسي ممكن ايسده حسابات دقيقه مري الاجرا اولنور.

برنجي اصول ايكنجي اصوله نسبتله وهاصصه قريپ اولنديقتن ايكنجي اصولدن صرف نظر ايجاليدور.

اون دقیقه دن اون دقیقه آرنا قوسلرك انساينك لغارتمهلى

[illegible]

اون دقیقه دن اون دقیقه آرمان قوسلرک انابنک لئارتمه لری

درجه	دقیقه	ق	ح	عام	ق	ح	عام	ق	ح	درجه
۸۲	۴۰	۱۷	۱,۹۹۶۱۰	۰,۸۷۰۹۱	۹۲۵	۱,۱۲۹۰۹	۹۲۸	۱,۱۲۵۱۹	۴۰	۰۷
	۱۰	۱۷	۹۵۹۳	۷۱۲۶	۹۲۵	۲۸۵۲	۹۰۹	۲۴۲۷	۵۰	
۸۲	۰۰	۱۸	۹۵۷۵	۵۲۲۰	۹۲۶	۲۷۸۰	۸۸۹	۲۳۵۶	۰۰	۰۸
	۵۰	۱۸	۹۵۵۷	۲۳۱۲	۹۰۸	۵۶۸۸	۸۷۱	۵۲۲۵	۱۰	
	۲۰	۱۸	۹۵۳۹	۲۴۲۲	۸۸۹	۶۵۷۷	۸۵۲	۶۱۱۶	۲۰	
	۳۰	۱۹	۹۵۲۰	۲۵۰۰	۸۷۳	۷۴۵۰	۸۳۷	۶۹۷۰	۳۰	
	۴۰	۱۹	۹۵۰۱	۱۶۹۲	۸۵۶	۸۳۰۶	۸۲۱	۷۸۰۷	۴۰	
	۱۰	۱۹	۹۴۸۲	۰۸۵۲	۸۴۰	۹۱۲۶	۸۰۵	۸۶۲۸	۵۰	
۸۱	۰۰	۲۰	۹۴۶۳	۰۰۲۹	۸۲۵	۹۹۷۱	۷۹۰	۹۴۲۳	۰۰	۰۹
	۵۰	۲۰	۹۴۴۴	۷۹۲۱۸	۸۱۱	۲۰۷۸۲	۷۷۶	۲۰۲۲۳	۱۰	
	۲۰	۲۱	۹۴۲۵	۸۲۲۲	۷۹۶	۱۵۷۸	۷۶۲	۰۹۹۹	۲۰	
	۳۰	۲۱	۹۴۰۰	۷۶۳۹	۷۸۲	۲۳۶۱	۷۴۸	۱۷۶۱	۳۰	
	۴۰	۲۱	۹۳۷۹	۶۸۷۰	۷۶۹	۲۱۴۰	۷۳۵	۱۵۰۹	۴۰	
	۱۰	۲۲	۹۳۵۷	۶۱۱۳	۷۵۷	۲۸۸۷	۷۲۳	۲۲۲۲	۵۰	
۸۰	۰۰	۲۲	۹۳۳۵	۵۳۶۸	۷۴۵	۲۶۳۲	۷۱۰	۲۹۶۷	۰۰	۱۰
	۵۰	۲۲	۹۳۱۳	۲۶۳۵	۷۳۲	۵۳۶۵	۶۹۹	۲۶۷۷	۱۰	
	۲۰	۲۲	۹۲۹۰	۲۹۱۲	۷۲۱	۶۰۸۶	۶۸۷	۲۳۷۶	۲۰	
	۳۰	۲۲	۹۲۶۷	۲۲۰۳	۷۱۱	۶۷۹۷	۶۷۶	۲۰۳۳	۳۰	
	۴۰	۲۲	۹۲۴۳	۲۵۰۲	۶۹۹	۷۲۹۶	۶۶۶	۱۷۴۹	۴۰	
	۱۰	۲۲	۹۲۱۹	۱۸۱۲	۶۹۰	۸۱۸۶	۶۵۵	۷۲۰۵	۵۰	
۷۹	۰۰	۲۲	۹۱۹۵	۱۱۴۵	۶۷۹	۸۸۶۵	۶۴۵	۸۰۶۰	۰۰	۱۱
	۵۰	۲۵	۹۱۷۰	۰۲۶۵	۶۷۰	۹۵۳۵	۶۳۵	۸۷۰۵	۱۰	
	۲۰	۲۵	۹۱۴۵	۶۹۸۰۵	۶۶۰	۲۰۱۹۹	۶۲۶	۹۳۰۰	۲۰	
	۳۰	۲۶	۹۱۱۹	۹۱۵۲	۶۵۱	۰۸۲۶	۶۱۶	۹۹۶۶	۳۰	
	۴۰	۲۶	۹۰۹۳	۸۵۱۱	۶۴۲	۱۲۸۹	۶۰۷	۲۰۵۸۲	۴۰	
	۱۰	۲۶	۹۰۶۷	۷۸۷۸	۶۳۲	۲۱۲۲	۵۹۹	۱۱۸۹	۵۰	
۷۸	۰۰	۲۷	۹۰۴۰	۷۲۵۳	۶۲۵	۲۷۲۷	۵۹۰	۱۷۸۸	۰۰	۱۲
	۵۰	۲۷	۹۰۱۳	۶۶۳۵	۶۱۸	۲۴۶۵	۵۸۲	۲۴۷۸	۱۰	
	۲۰	۲۸	۸۹۸۶	۶۰۲۶	۶۰۹	۲۹۷۲	۵۷۲	۲۹۶۰	۲۰	
	۳۰	۲۸	۸۹۵۸	۵۴۲۲	۶۰۲	۲۵۷۶	۵۶۶	۲۵۲۲	۳۰	
	۴۰	۲۸	۸۹۳۰	۴۸۳۰	۵۹۴	۵۱۷۰	۵۵۸	۲۱۰۰	۴۰	
	۱۰	۲۹	۸۹۰۱	۴۲۲۲	۵۸۷	۵۷۵۷	۵۵۱	۲۶۵۸	۵۰	
۷۷	۰۰	۲۹	۸۸۷۲	۳۶۶۲	۵۷۹	۶۲۲۶	۵۴۲	۵۲۰۹	۰۰	۱۳
	۵۰	۲۹	۸۸۴۳	۳۰۹۱	۵۷۲	۶۹۰۹	۵۳۷	۵۷۵۲	۱۰	
	۲۰	۳۰	۸۸۱۴	۲۵۲۲	۵۶۷	۷۲۷۶	۵۳۰	۶۲۸۹	۲۰	
	۳۰	۳۰	۸۷۸۲	۱۹۶۵	۵۵۹	۸۰۳۵	۵۲۲	۶۸۱۹	۳۰	
	۴۰	۳۰	۸۷۵۳	۱۴۱۱	۵۵۲	۸۵۸۹	۵۱۷	۷۳۲۱	۴۰	
	۱۰	۳۱	۸۷۲۴	۰۸۶۲	۵۴۷	۹۱۳۶	۵۱۰	۷۸۵۸	۵۰	
۷۶	۰۰	۳۲	۸۶۹۰	۰۲۲۲	۵۴۱	۹۶۷۷	۵۰۳	۸۳۶۸	۰۰	۱۴
	۵۰	۳۱	۸۶۵۹	۵۹۷۸۸	۵۳۵	۲۰۴۱۲	۴۹۸	۸۸۷۱	۱۰	
	۲۰	۳۲	۸۶۲۷	۹۲۵۸	۵۳۰	۰۷۴۲	۴۹۱	۹۳۶۹	۲۰	
	۳۰	۳۲	۸۵۹۲	۸۷۳۴	۵۲۴	۱۲۶۶	۴۸۶	۹۸۶۰	۳۰	
	۴۰	۳۲	۸۵۶۱	۸۲۱۶	۵۱۸	۱۷۸۲	۴۷۹	۱۰۴۲۶	۴۰	
	۱۰	۳۳	۸۵۲۸	۷۷۰۳	۵۱۳	۲۲۹۷	۴۷۵	۰۸۲۵	۵۰	
۷۵	۰۰	۳۳	۱,۹۸۴۹۲	۰,۵۷۱۹۵	۵۰۳	۱,۲۴۸۰۵	۲۶۸	۱,۲۱۴۰۰	۰۰	۱۵
دقیقه درجه			ح	عام	ق	ح	عام	ق	ح	دقیقه درجه

اون دقیقه دن اون دقیقه آرمان قوسلرک انسابک لارعمه لری

درجه	دقیقه	ح	ق	عام م	ح	ق	مماس	ق	ح	دقیقه	درجه
۷۴	۰۰	۲۴	۱,۹۸۴۶۰	۰,۵۶۶۹۴	۲۹۸	۱,۴۳۳۰۸	۲۶۴	۱,۴۱۷۶۸	۱۰	۱۵	
	۴۰	۲۵	۸۴۴۶	۶۱۹۴	۲۹۲	۲۸۰۶	۴۵۸	۴۴۴۴	۴۰		
	۲۰	۲۵	۸۴۹۱	۵۷۰۱	۲۸۸	۴۴۹۹	۴۵۳	۴۶۹۰	۲۰		
	۲۰	۲۶	۸۴۵۶	۵۴۱۴	۲۸۴	۴۷۸۷	۴۴۸	۴۱۴۴	۲۰		
	۱۰	۲۶	۸۴۴۰	۴۷۴۹	۲۷۹	۵۴۷۱	۴۴۴	۴۵۹۱	۵۰		
۷۴	۰۰	۲۶	۸۴۸۴	۴۴۰۰	۲۷۴	۵۷۵۰	۴۴۸	۴۰۴۴	۰۰	۱۶	
	۵۰	۲۷	۸۴۴۸	۴۷۷۶	۲۷۰	۶۴۴۴	۴۴۴	۴۴۷۴	۱۰		
	۴۰	۲۷	۸۴۱۱	۴۴۰۶	۲۶۶	۶۶۹۴	۴۴۹	۴۹۰۰	۴۰		
	۲۰	۲۸	۸۱۷۴	۴۸۴۰	۲۶۴	۷۱۶۰	۴۴۴	۵۴۴۴	۲۰		
	۲۰	۲۸	۸۱۴۶	۴۴۸۷	۲۵۸	۷۶۴۴	۴۴۰	۵۷۵۸	۲۰		
	۱۰	۲۸	۸۰۹۸	۱۹۴۰	۲۵۴	۸۰۸۰	۴۱۶	۶۱۷۸	۵۰		
۷۴	۰۰	۲۹	۸۰۶۰	۱۴۶۶	۲۵۰	۸۵۴۴	۴۱۱	۶۵۹۴	۰۰	۱۷	
	۵۰	۲۹	۸۰۴۱	۱۰۱۶	۲۴۶	۸۹۸۴	۴۰۶	۷۰۰۰	۱۰		
	۴۰	۳۰	۷۹۸۴	۰۵۷۰	۲۴۴	۹۴۴۰	۴۰۴	۷۴۱۱	۴۰		
	۲۰	۳۰	۷۹۴۴	۰۱۴۸	۲۴۹	۹۸۷۴	۴۹۹	۷۸۱۴	۲۰		
	۲۰	۳۱	۷۹۰۴	۴۹۶۸۹	۲۴۵	۵۰۴۱۱	۴۹۴	۸۴۱۴	۴۰		
	۱۰	۳۰	۷۸۶۱	۹۴۵۴	۲۴۴	۰۷۴۶	۴۹۱	۸۶۰۷	۵۰		
۷۴	۰۰	۳۲	۷۸۴۱	۸۸۴۴	۲۴۸	۱۱۷۸	۴۸۷	۸۹۹۸	۰۰	۱۸	
	۵۰	۳۱	۷۷۷۹	۸۴۹۴	۲۴۵	۱۶۰۶	۴۸۴	۹۴۸۵	۱۰		
	۴۰	۳۲	۷۷۴۸	۷۹۶۹	۲۴۱	۲۰۴۱	۴۸۰	۹۷۶۸	۴۰		
	۲۰	۳۲	۷۷۲۸	۷۵۴۸	۲۱۸	۴۴۵۴	۴۷۵	۵۰۱۴۸	۴۰		
	۲۰	۳۳	۷۶۵۴	۷۱۴۰	۲۱۵	۴۸۷۰	۴۷۴	۰۵۴۴	۲۰		
	۱۰	۳۳	۷۶۱۰	۶۷۱۵	۲۱۴	۴۴۸۵	۴۶۸	۰۸۹۶	۵۰		
۷۱	۰۰	۳۳	۷۵۶۷	۶۴۰۴	۲۰۹	۴۶۹۷	۴۶۵	۱۴۶۴	۰۰	۱۹	
	۵۰	۳۳	۷۵۴۴	۵۸۹۴	۲۰۶	۴۱۰۶	۴۶۴	۱۶۴۹	۱۰		
	۴۰	۳۳	۷۴۷۹	۵۴۸۸	۲۰۴	۴۵۱۴	۴۵۹	۱۹۹۱	۴۰		
	۲۰	۳۵	۷۴۴۵	۵۰۸۵	۲۰۰	۴۹۱۵	۴۵۵	۲۴۵۰	۴۰		
	۲۰	۳۶	۷۴۹۰	۴۶۸۵	۴۹۷	۵۴۱۵	۴۵۱	۴۷۰۵	۴۰		
	۱۰	۳۵	۷۴۴۴	۴۴۸۸	۴۹۵	۵۷۱۴	۴۴۹	۴۰۵۶	۵۰		
۷۰	۰۰	۳۷	۷۴۹۹	۴۸۹۴	۴۹۱	۶۱۰۷	۴۴۶	۴۴۰۵	۰۰	۲۰	
	۵۰	۳۶	۷۴۵۴	۴۵۰۴	۴۸۹	۶۴۹۸	۴۴۴	۴۷۵۱	۱۰		
	۴۰	۳۷	۷۴۰۶	۴۱۱۴	۴۸۷	۶۸۸۷	۴۴۰	۴۰۹۴	۴۰		
	۲۰	۳۸	۷۱۵۹	۴۷۴۶	۴۸۴	۷۴۷۴	۴۴۶	۴۴۴۴	۴۰		
	۲۰	۳۸	۷۱۱۱	۴۴۴۴	۴۸۱	۷۶۵۸	۴۴۴	۴۷۶۹	۴۰		
	۱۰	۳۸	۷۰۶۴	۱۹۶۱	۴۷۹	۸۰۴۹	۴۴۱	۵۱۰۴	۵۰		
۶۹	۰۰	۳۹	۷۰۱۵	۱۵۸۴	۴۷۶	۸۴۱۸	۴۴۸	۵۴۴۴	۰۰	۲۱	
	۵۰	۳۹	۶۹۶۶	۱۴۰۶	۴۷۴	۸۷۹۴	۴۴۴	۵۷۶۱	۱۰		
	۴۰	۳۹	۶۹۱۷	۰۸۴۴	۴۷۴	۹۱۶۸	۴۴۴	۶۰۸۵	۴۰		
	۲۰	۴۰	۶۸۶۸	۰۴۶۰	۴۶۹	۹۵۴۰	۴۱۹	۶۴۰۸	۴۰		
	۲۰	۴۱	۶۸۱۸	۰۰۹۱	۴۶۷	۹۹۰۹	۴۱۷	۶۷۴۷	۴۰		
	۱۰	۴۰	۶۷۶۷	۴۹۷۴۴	۴۶۵	۱۰۴۷۶	۴۱۴	۷۰۴۴	۵۰		
۶۸	۰۰	۴۲	۶۷۱۷	۹۴۵۹	۴۶۴	۰۶۴۱	۴۱۱	۷۴۵۸	۰۰	۲۲	
	۵۰	۴۱	۶۶۶۵	۸۹۹۶	۴۶۰	۱۰۰۴	۴۰۹	۷۶۶۹	۱۰		
	۴۰	۴۲	۶۶۱۴	۸۶۴۶	۴۵۸	۱۴۶۴	۴۰۶	۷۹۷۸	۴۰		
۶۷	۴۰	۴۲	۱,۹۶۵۶۴	۰,۴۸۴۷۸	۴۵۷	۱,۶۱۷۴۴	۴۰۴	۱,۵۸۴۸۴	۴۰	۲۲	
درجه	دقیقه	ح	مماس	عام م	ح	دقیقه	درجه				

اون دقیقه دن اون دقیقه آرمان قوسلرک انسابک لظرمه لری

درجه دقیقه	ح	ق	مماس	ق	عام م	ح	ق	درجه دقیقه
٢٢	٤٠	١,٥٨٥٨٨	٢٠١	١,٦٢٠٧٩	٢٥٢	٢,٢٧٩٢١	١,٩٦٥٠٩	٢٢
٠٠	٥٠	٨٨٨٩	٢٩٩	٢٢٢٢	٢٥٢	٧٥٦٧	٦٤٥٦	٠٠
٢٣	٠٠	٩١٨٨	٢٩٦	٢٧٨٥	٢٥٠	٧٢١٠	٦٤٠٢	٢٣
١٠	١٠	٩٤٨٤	٢٩٤	٢١٢٥	٢٤٩	٦٨٦٥	٦٣٤٩	١٠
٢٠	٢٠	٩٧٧٨	٢٩٢	٢٤٨٤	٢٤٦	٦٥١٦	٦٢٩٤	٢٠
٣٠	٣٠	١٠٠٧٠	٢٨٩	٢٨٢٠	٢٤٥	٦١٧٠	٦٢٤٠	٣٠
٤٠	٤٠	١٠٣٥٩	٢٨٧	٢١٧٥	٢٤٢	٥٨٢٥	٦١٨٥	٤٠
٥٠	٥٠	١٠٦٤٦	٢٨٥	٢٥١٧	٢٤١	٥٤٨٢	٦١٢٩	٥٠
٢٤	٠٠	١٠٩٣١	٢٨٣	٢٨٥٨	٢٣٩	٥١٤٢	٦٠٧٢	٢٤
١٠	١٠	١١٢١٤	٢٨٠	٥١٩٧	٢٣٨	٤٨٠٢	٦٠١٧	١٠
٢٠	٢٠	١١٤٩٤	٢٧٩	٥٥٢٥	٢٣٥	٤٤٦٥	٥٩٦٠	٢٠
٣٠	٣٠	١١٧٧٢	٢٧٦	٥٨٧٠	٢٣٤	٤١٢٠	٥٩٠٢	٣٠
٤٠	٤٠	١٢٠٤٩	٢٧٤	٦٢٠٤	٢٣٣	٣٧٩٦	٥٨٤٤	٤٠
٥٠	٥٠	١٢٣٢٥	٢٧٢	٦٥٢٧	٢٣٠	٣٤٦٢	٥٧٨٦	٥٠
٢٥	٠٠	١٢٥٩٥	٢٧٠	٦٨٦٧	٢٢٩	٣١٢٢	٥٧٢٨	٢٥
١٠	١٠	١٢٨٦٥	٢٦٨	٧١٩٦	٢٢٨	٢٨٠٢	٥٦٦٨	١٠
٢٠	٢٠	١٣١٣٢	٢٦٥	٧٥٢٤	٢٢٦	٢٤٧٦	٥٦٠٩	٢٠
٣٠	٣٠	١٣٣٩٨	٢٦٤	٧٨٥٠	٢٢٤	٢١٥٠	٥٥٤٩	٣٠
٤٠	٤٠	١٣٦٦٢	٢٦٢	٨١٧٤	٢٢٣	١٨٤٦	٥٤٨٨	٤٠
٥٠	٥٠	١٣٩٢٤	٢٦٠	٨٤٩٧	٢٢١	١٥٠٢	٥٤٢٧	٥٠
٢٦	٠٠	١٤١٨٤	٢٥٨	٨٨١٨	٢٢٠	١١٨٤	٥٣٦٦	٢٦
١٠	١٠	١٤٤٤٢	٢٥٦	٩١٣٨	٢١٩	٨٧٢٤	٥٣٠٤	١٠
٢٠	٢٠	١٤٦٩٨	٢٥٥	٩٤٥٧	٢١٧	٨٤٢٢	٥٢٤٢	٢٠
٣٠	٣٠	١٤٩٥٢	٢٥٤	٩٧٧٤	٢١٥	٨١٧٩	٥١٧٩	٣٠
٤٠	٤٠	١٥٢٠٥	٢٥١	١٠٠٨٩	٢١٥	٧٩١١	٥١١٦	٤٠
٥٠	٥٠	١٥٤٥٦	٢٤٩	١٠٤٠٤	٢١٢	٧٥٩٦	٥٠٥٢	٥٠
٢٧	٠٠	١٥٧٠٥	٢٤٧	١٠٧١٧	٢١١	٧٢٨٢	٥٠٨٨	٢٧
١٠	١٠	١٥٩٥٢	٢٤٥	١١٠٢٨	٢١١	٦٩٧٢	٥٠٢٢	١٠
٢٠	٢٠	١٦١٩٧	٢٤٤	١١٣٣٩	٢٠٩	٦٦٦١	٤٩٥٨	٢٠
٣٠	٣٠	١٦٤٤١	٢٤١	١١٦٤٨	٢٠٧	٦٣٥٢	٤٩٠٢	٣٠
٤٠	٤٠	١٦٦٨٢	٢٤٠	١١٩٥٥	٢٠٧	٦٠٤٥	٤٨٤٢	٤٠
٥٠	٥٠	١٦٩٢٢	٢٣٩	١٢٢٦٢	٢٠٥	٥٧٣٨	٤٧٧٩	٥٠
٢٨	٠٠	١٧١٦١	٢٣٧	١٢٥٧٧	٢٠٥	٥٤٢٢	٤٧١٢	٢٨
١٠	١٠	١٧٣٩٨	٢٣٥	١٢٨٧٢	٢٠٢	٥١٢٨	٤٦٤٦	١٠
٢٠	٢٠	١٧٦٢٢	٢٣٢	١٣١٧٥	٢٠١	٤٨٢٥	٤٥٨٨	٢٠
٣٠	٣٠	١٧٨٦٦	٢٣٢	١٣٤٧٦	٢٠١	٤٥٢٤	٤٥٢٩	٣٠
٤٠	٤٠	١٨٠٩٨	٢٣٠	١٣٧٧٧	٢٠٠	٤٢٢٢	٤٤٦٢	٤٠
٥٠	٥٠	١٨٢٢٨	٢٢٩	١٤٠٧٧	٢٠٨	٣٩٢٢	٤٤٠٢	٥٠
٢٩	٠٠	١٨٥٥٧	٢٢٧	١٤٣٧٥	٢٠٨	٣٦٢٥	٤٣٤٢	٢٩
١٠	١٠	١٨٧٨٤	٢٢٦	١٤٦٧٢	٢٠٦	٣٣٢٧	٤٢٨٢	١٠
٢٠	٢٠	١٩٠١٠	٢٢٤	١٤٩٦٩	٢٠٥	٣٠٢١	٤٢٢١	٢٠
٣٠	٣٠	١٩٢٤٤	٢٢٢	١٥٢٦٤	٢٠٤	٢٧٢٦	٤١٧٠	٣٠
٤٠	٤٠	١٩٤٥٦	٢٢١	١٥٥٥٨	٢٠٢	٢٤٢٢	٤١١٢	٤٠
٥٠	٥٠	١٩٦٧٧	٢٢٠	١٥٨٥٢	٢٠٢	٢١٢٨	٤٠٤٦	٥٠
٣٠	٠٠	١,٦٩٩٩٧	٢١٨	١,٧٦١٤٤	٢١١	١,٢٢٨٥٦	١,٢٢٧٥٢	٣٠
درجه دقیقه	ح	مماس	ح	مماس	ح	مماس	ح	درجه دقیقه

اون دقیقه دن اون دقیقه آرمان قوسلرك انسانيك لئارمه لری

درجه	دقیقه	ث	ح	عام	ث	ح	عام	ث	ح	درجه
۵۹	۵۰	۷۲	۱,۹۳۶۸۰	۰,۲۳۵۶۵	۲۹۰	۱,۷۶۱۲۵	۲۱۷	۱,۷۰۱۱۵	۱۰	۴۰
	۲۰	۷۲	۲۶۰۶	۲۳۷۵	۲۹۰	۱۷۲۵	۲۱۵	۰۲۳۲	۲۰	
	۴۰	۷۵	۲۵۳۲	۲۹۸۵	۲۸۸	۲۰۱۵	۲۱۴	۰۵۲۷	۴۰	
	۵۰	۷۵	۲۴۵۷	۲۹۹۷	۲۸۸	۲۲۰۳	۲۱۳	۰۷۶۱	۵۰	
	۱۰	۷۵	۲۳۸۲	۲۴۰۹	۲۸۶	۲۵۹۱	۲۱۱	۰۹۷۲	۵۰	
۵۹	۰۰	۷۷	۲۳۰۷	۲۱۴۳	۲۸۶	۲۸۷۷	۲۰۹	۱۱۸۴	۰۰	۴۱
	۵۰	۷۶	۲۲۳۰	۱۸۲۷	۲۸۵	۸۱۶۲	۲۰۹	۱۴۹۳	۱۰	
	۲۰	۷۷	۲۱۵۴	۱۵۵۲	۲۸۴	۸۴۴۸	۲۰۷	۱۶۰۲	۲۰	
	۴۰	۷۸	۲۰۷۷	۱۲۶۸	۲۸۳	۸۷۳۲	۲۰۵	۱۸۰۹	۴۰	
	۵۰	۷۸	۲۰۹۹	۰۹۸۵	۲۸۲	۹۰۱۵	۲۰۴	۲۰۱۴	۵۰	
	۱۰	۷۹	۲۰۲۱	۰۷۰۳	۲۸۲	۹۲۹۷	۲۰۳	۲۲۱۸	۵۰	
۵۸	۰۰	۷۹	۲۸۲۰	۰۴۲۱	۲۸۱	۹۵۷۹	۲۰۱	۲۴۲۱	۰۰	۴۲
	۵۰	۸۰	۲۷۴۲	۰۱۴۰	۲۸۰	۹۸۶۰	۲۰۱	۲۶۲۲	۱۰	
	۲۰	۸۰	۲۶۸۲	۱۹۸۶۰	۲۷۹	۸۰۱۴۰	۱۹۹	۲۸۲۳	۲۰	
	۴۰	۸۱	۲۶۰۲	۹۵۸۱	۲۷۸	۰۲۱۹	۱۹۷	۳۰۲۳	۴۰	
	۵۰	۸۱	۲۵۲۲	۹۳۰۳	۲۷۸	۰۶۹۷	۱۹۷	۳۲۱۹	۵۰	
	۱۰	۸۲	۲۴۴۱	۹۰۲۵	۲۷۷	۰۹۷۵	۱۹۵	۳۴۱۶	۵۰	
۵۷	۰۰	۸۲	۲۳۵۹	۸۷۴۸	۲۷۶	۱۲۵۲	۱۹۴	۳۶۱۱	۰۰	۴۳
	۵۰	۸۳	۲۲۷۷	۸۴۷۲	۲۷۵	۱۵۲۸	۱۹۲	۳۸۰۵	۱۰	
	۲۰	۸۳	۲۱۹۴	۸۱۹۷	۲۷۵	۱۸۰۳	۱۹۲	۳۹۹۷	۲۰	
	۴۰	۸۴	۲۱۱۱	۷۹۲۲	۲۷۴	۲۰۷۸	۱۹۰	۴۱۸۹	۴۰	
	۵۰	۸۵	۲۰۲۷	۷۶۲۸	۲۷۴	۲۳۵۲	۱۸۹	۴۳۷۹	۵۰	
	۱۰	۸۵	۱۹۴۲	۷۳۷۲	۲۷۳	۲۶۲۶	۱۸۸	۴۵۶۸	۵۰	
۵۶	۰۰	۸۵	۱۸۵۱	۷۱۰۱	۲۷۲	۲۸۹۹	۱۸۷	۴۷۵۶	۰۰	۴۴
	۵۰	۸۶	۱۷۷۲	۶۸۲۹	۲۷۱	۳۱۷۱	۱۸۵	۴۹۴۳	۱۰	
	۲۰	۸۷	۱۶۸۶	۶۵۵۸	۲۷۱	۳۴۴۲	۱۸۵	۵۱۴۸	۲۰	
	۴۰	۸۷	۱۵۹۹	۶۲۸۷	۲۷۱	۳۷۱۳	۱۸۳	۵۳۴۳	۴۰	
	۵۰	۸۷	۱۵۱۲	۶۰۱۶	۲۷۰	۳۹۸۴	۱۸۲	۵۵۹۶	۵۰	
	۱۰	۸۹	۱۴۲۵	۵۷۴۶	۲۶۹	۴۲۵۴	۱۸۱	۵۶۷۸	۵۰	
۵۵	۰۰	۸۸	۱۳۳۶	۵۴۷۷	۲۶۸	۴۵۲۳	۱۸۰	۵۸۵۹	۰۰	۴۵
	۵۰	۹۰	۱۲۴۸	۵۲۰۹	۲۶۸	۴۷۹۱	۱۷۹	۶۰۳۹	۱۰	
	۲۰	۸۹	۱۱۵۸	۴۹۴۱	۲۶۸	۵۰۵۹	۱۷۷	۶۲۱۸	۲۰	
	۴۰	۹۱	۱۰۶۹	۴۶۷۳	۲۶۷	۵۳۲۷	۱۷۷	۶۴۹۵	۴۰	
	۵۰	۹۱	۰۹۷۸	۴۴۰۶	۲۶۶	۵۵۹۴	۱۷۵	۶۵۸۲	۵۰	
	۱۰	۹۱	۰۸۸۷	۴۱۴۰	۲۶۶	۵۸۶۰	۱۷۵	۶۷۲۷	۵۰	
۵۴	۰۰	۹۲	۰۷۹۶	۳۸۷۴	۲۶۶	۶۱۴۶	۱۷۳	۶۹۲۲	۰۰	۴۶
	۵۰	۹۳	۰۷۰۲	۳۶۰۸	۲۶۴	۶۴۹۲	۱۷۳	۷۰۹۵	۱۰	
	۲۰	۹۳	۰۶۱۱	۳۳۴۴	۲۶۵	۶۷۵۶	۱۷۱	۷۲۱۸	۲۰	
	۴۰	۹۴	۰۵۱۸	۳۰۷۹	۲۶۴	۶۹۲۱	۱۷۰	۷۳۴۹	۴۰	
	۵۰	۹۴	۰۴۲۴	۲۸۱۵	۲۶۳	۷۱۸۵	۱۶۹	۷۴۰۹	۵۰	
	۱۰	۹۵	۰۳۳۰	۲۵۵۲	۲۶۳	۷۴۴۸	۱۶۸	۷۷۷۸	۵۰	
۵۳	۰۰	۹۶	۰۲۳۵	۲۲۸۹	۲۶۳	۷۷۱۱	۱۶۷	۷۹۴۶	۰۰	۴۷
	۵۰	۹۶	۰۱۴۹	۲۰۲۶	۲۶۲	۷۹۷۴	۱۶۷	۸۱۲۳	۱۰	
	۲۰	۹۶	۱,۹۰۰۲۳	۱۷۶۴	۲۶۲	۸۲۳۶	۱۶۵	۸۳۸۰	۲۰	
۵۲	۳۰	۹۸	۱,۸۹۹۴۷	۰,۱۱۵۰۲	۲۶۱	۱,۸۸۴۹۸	۱۶۴	۱,۷۸۴۴۵	۳۰	۴۷
درجه	دقیقه	ح	ح	عام	ح	ح	عام	ح	ح	درجه

اون دقیقه دن اون دقیقه آرنا قوسلرك انساك لغارمه لری

درجه	دقیقه	ح	ق	م	س	ح	ق	م	س	درجه
٢٧	٢٠	١٧٨٦٩	١٦٢	١٨٨٧٥٩	٢٦١	١١٢٤١	١٨٩٨٢٩	٠٩٧	٢٠	٥٢
	٥٠	٨٧٢٤	١٦٢	٩٠٢٠	٢٦١	٩٨٠	٩٧٥٢	٠٩٩	١٠	
٢٨	٠٠	٨٩٢٤	١٦١	٩٢٨١	٢٦٠	٧١٩	٩٦٥٢	٠٩٩	٠٠	٥٢
	١٠	٩٠٩٠	١٦١	٩٥٤١	٢٦٠	٢٥٩	٩٥٥٢	٠٩٩	٥٠	
	٢٠	٩٢٥٦	١٥٩	٩٨٠١	٢٦٠	١٩٩	٩٤٥٥	١٠١	٢٠	
	٣٠	٩٤١٥	١٥٨	٩٠٠٦١	٢٥٩	٩٩٢٩	٩٣٥٢	١٠٠	٣٠	
	٤٠	٩٥٧٣	١٥٨	٠٢٢٠	٢٥٨	٩٦٨٠	٩٢٥٢	١٠٢	٤٠	
	٥٠	٩٧٣١	١٥٦	٠٥٧٨	٢٥٩	٩٤٢٢	٩١٥٢	١٠٢	١٠	
٢٩	٠٠	٩٨٨٧	١٥٦	٠٨٢٧	٢٥٨	٩١٦٢	٩٠٠٠	١٠٢	٠٠	٥١
	١٠	١٠٠٤٢	١٥٤	١٠٩٥	٢٥٨	٨٩٤٨	٨٩٠٥	١٠٤	٥٠	
	٢٠	١٠١٩٧	١٥٤	١٢٥٢	٢٥٧	٨٦٢٧	٨٨٤٢	١٠٣	٢٠	
	٣٠	١٠٣٥١	١٥٣	١٦١٠	٢٥٨	٨٢٩٠	٨٧٤١	١٠٥	٣٠	
	٤٠	١٠٥٠٤	١٥٢	١٨٦٨	٢٥٧	٨١٢٢	٨٦٢٦	١٠٥	٤٠	
	٥٠	١٠٦٥٦	١٥١	٢١٢٥	٢٥٦	٧٨٧٥	٨٥٢١	١٠٦	٥٠	
٣٠	٠٠	١٠٨٠٧	١٥٠	٢٢٨١	٢٥٧	٧٦١٩	٨٤٢٥	١٠٦	٠٠	٥٠
	١٠	١٠٩٥٧	١٤٩	٢٦٢٨	٢٥٦	٧٣٦٢	٨٢١٩	١٠٧	١٠	
	٢٠	١١٠٦٦	١٤٨	٢٨٩٤	٢٥٦	٧١٠٦	٨٢١٢	١٠٧	٢٠	
	٣٠	١١٢٥٢	١٤٨	٣١٥٠	٢٥٦	٦٨٥٠	٨١٠٥	١٠٩	٣٠	
	٤٠	١١٤٠٢	١٤٧	٣٤٠٦	٢٥٥	٦٥٩٢	٧٩٩٦	١٠٩	٤٠	
	٥٠	١١٥٤٩	١٤٥	٣٦٦١	٢٥٥	٦٢٢٩	٧٨٨٧	١٠٩	٥٠	
٣١	٠٠	١١٦٩٤	١٤٥	٣٩١٦	٢٥٥	٦٠٨٤	٧٧٧٨	١٠٩	٠٠	٢٩
	١٠	١١٨٢٩	١٤٤	٤١٧١	٢٥٥	٥٨٢٩	٧٦٦٨	١١١	٥٠	
	٢٠	١١٩٨٢	١٤٢	٤٤٢٦	٢٥٥	٥٥٧٤	٧٥٥٧	١١١	٢٠	
	٣٠	١٢١٢٦	١٤٢	٤٦٨١	٢٥٤	٥٢١٩	٧٤٤٦	١١٢	٣٠	
	٤٠	١٢٢٦٩	١٤١	٤٩٢٥	٢٥٥	٥٠٦٥	٧٢٢٢	١١٢	٤٠	
	٥٠	١٢٤١٠	١٤١	٥١٩٠	٢٥٤	٤٨١٠	٧٢٢١	١١٢	٥٠	
٣٢	٠٠	١٢٥٥١	١٤٠	٥٤٤٤	٢٥٤	٤٥٥٦	٧١٠٧	١١٢	٠٠	٢٨
	١٠	١٢٦٩١	١٣٩	٥٦٩٨	٢٥٤	٤٣٠٢	٦٩٩٢	١١٢	١٠	
	٢٠	١٢٨٠٠	١٣٨	٥٩٥٢	٢٥٢	٤٠٤٨	٦٨٧٩	١١٦	٢٠	
	٣٠	١٢٩٦٨	١٣٨	٦٢٠٥	٢٥٤	٣٧٩٥	٦٧٦٢	١١٦	٣٠	
	٤٠	١٣١٠٦	١٣٦	٦٤٥٩	٢٥٢	٣٥٤١	٦٦٤٢	١١٧	٤٠	
	٥٠	١٣٢٤٢	١٣٦	٦٧١٢	٢٥٢	٣٢٨٨	٦٥٢٠	١١٧	٥٠	
٣٣	٠٠	١٣٣٧٨	١٣٥	٦٩٦٦	٢٥٢	٣٠٢٤	٦٤١٢	١١٨	٠٠	٢٧
	١٠	١٣٥١٢	١٣٥	٧٢١٩	٢٥٢	٢٧٩٥	٦٢٩٥	١١٩	١٠	
	٢٠	١٣٦٤٨	١٣٢	٧٤٧٢	٢٥٢	٢٥٢٨	٦١٧٦	١٢٠	٢٠	
	٣٠	١٣٧٨١	١٣٢	٧٧٢٥	٢٥٢	٢٢٧٥	٦٠٥٦	١٢٠	٣٠	
	٤٠	١٣٩١٤	١٣٢	٧٩٧٨	٢٥٢	٢٠٢٢	٥٩٢٦	١٢١	٤٠	
	٥٠	١٤٠٤٦	١٣١	٨٢٢١	٢٥٢	١٧٦٩	٥٨١٥	١٢٢	٥٠	
٣٤	٠٠	١٤١٧٧	١٣١	٨٤٨٤	٢٥٢	١٥١٦	٥٦٩٢	١٢٢	٠٠	٢٦
	١٠	١٤٢٠٨	١٢٩	٨٧٢٧	٢٥٢	١٢٦٢	٥٥٨١	١٢٢	١٠	
	٢٠	١٤٢٣٧	١٢٩	٨٩٨٩	٢٥٢	١٠١١	٥٤٤٨	١٢٤	٢٠	
	٣٠	١٤٣٦٦	١٢٨	٩٢٤٢	٢٥٢	٠٧٥٨	٥٢٢٤	١٢٤	٣٠	
	٤٠	١٤٤٩٤	١٢٨	٩٤٩٥	٢٥٢	٠٥٠٥	٥٢٠٠	١٢٦	٤٠	
	٥٠	١٤٦٢٢	١٢٧	٩٧٤٧	٢٥٢	٠٢٥٢	٥٠٧٤	١٢٥	٥٠	
٣٥	٠٠	١٤٧٨٩	١٢٦	١٠٠٠٠	٢٥٠	٠٠٠٠	١٨٩٤٩	٠٠	٢٥	
درجه	دقیقه	ح	ق	م	س	ح	ق	م	س	درجه

تنبیه — ایکنجی انساب جدولک صورت استعمالی
 ویریلان ۱۸۳۵ قوسک چینک لغارتمه سنی تعین ایتک
 ایچون ۱۸۳۵ قسمی یکر می دقیقه یقین یعنی اون دقیقه ایله
 یکر می دقیقه آرمسته بولندیقندن لغ حسب ۲۹۱۰ = ۱,۶۸۷۸۴
 آلتوب بعده تفاضل ستوننده بولتان ۲۲۶ عددی ۱۰ دقیقه
 آرتان قوسک چینک لغارتمه سنی مترایدی اولدیقندن بروجہ آتی
 نسبت تنظیم اولنور .

یاخود ثانیہ تحویل ایله $۰,۰۰۲۲۶ : ۱۰ = ۸۳۵$: س

$$۰,۰۰۲۲۶ : ۱۰ \times ۶۰ = ۸ \times ۶۰ + ۳۵ = ۵۰۸$$

س = ۰,۰۰۱۹۴ اولوب اشبو مقدار ۲۹۱۰ لق قوسک
 چینک بالاده کوستریلان لغارتمه سنہ ضم اولندقدہ

$$\text{لغ حسب } ۲۹۱۰ = ۱,۶۸۷۸۴$$

$$۸۳۵ \text{ ایچون } = ۱۹۴$$

لغ حسب ۱۸۳۵ = ۲۹۱۰ = ۱,۶۸۹۷۸ اولش اولور .

واکر لغ حسب ۳۰۲۷۴۲ = س ویریلور ایسه

اشبو مقدار ۳۰۲ ایله ۳۰۳ بیتندہ بولندیقندن جدولدن

لغ حسب ۳۰۲ = ۱,۹۱۱۵۸ آلتوب بعده تفاضل ستوننده

۸۹ فضلی آلتوق

یا خود تانبه به تحویل ایله $۰,۰۰۰۸۹:۱۰ = ۷۴۲$: س

$$۰,۰۰۰۸۹:۱۰ \times ۶۰ + ۷۴۲ = ۷ \times ۶۰ : س$$

س $= ۰,۰۰۰۶۹۵$ اولوب بعده اشیو مقدار $۲\% ۳۰$ لق
قوسك لغارتمه سندن طرح اولندقد.

$$لح محب ۳۵۲۰ = ۱,۹۱۶۵۸۰$$

$$۰,۰۰۰۶۹۵ - = ۷۴۲ ایچون$$

لح محب $۳۵۲۷۴۲ = ۱,۹۱۰۸۸۵$ اولش اولور.
قرق بش درجه دن زیاده قوسلر صولطرف ستونده
آشاغیدن یوقاری اوقونور .

(حلی مطلوب مسائل)

اوجخی فصل اوزرینه امثله

۱ — اعطا اولنان هر قنی بر قوسی برنجی ربع دائره یه
ارجاع ایتک .

۲ — حب $= ۰,۲۴$ مع $= ۳۷$ ایکن سائر
مثلثات خطلرینی بولق .

۳ — مم $= ۰,۲۴$ مع $= ۳$ ایکن سائر مثلثات
خطلرینی بولق .

۴ — $۱۰۵,۱۲۰$ درجه لك قوسلرك مثلثات خطلرینی
بولق .

۵ - حب $(ب - ج) = \frac{1}{4}$ ، محب $(ب + ج) = \frac{1}{4}$ ،
ایکن ب ج قوسلرینی بولق.

۶ - حب ب $= \frac{1}{4}$ ، محب ج $= \frac{2}{5}$ ، ایکن $(ب + ج)$
مجموع جبرینک جیب ونجینک حسابی.

۷ - حب ب $= \frac{1}{5}$ ، ایکن حب ۲ ب، محب ۲ ب،
م ۲ ب، حساب ایتمک.

۸ - محب $۳۰^\circ = \frac{1}{4} \sqrt{3}$ ، ایکن حب ۶۰° ، محب ۶۰° ،
م ۶۰° ، حساب ایتمک.

۹ - حب $۱۲^\circ ۲۴' ۳۴'' \pm$ حب $۲۸^\circ ۱۴' ۱۲''$ تعیرینک
لغارتمه ایله حلی.

۱۰ - محب $۴^\circ ۵۶' ۲۷'' \pm$ محب $۴^\circ ۱۷' ۴۵''$ تعیرینک
لغارتمه ایله حلی.

۱۱ - $۱ \pm$ حب $۴۴^\circ ۳۲' ۰۲'' \pm ۱$ م $۶^\circ ۹' ۴۳''$ تعیرلرینک
لغارتمه ایله حلی.

۱۲ - حب $۲۰^\circ ۲۴' ۰۷''$ ، محب $۴۰^\circ ۱۵' ۲۴''$ ، م $۲۰^\circ ۴۵' ۲۱''$
لغارتملرینی بولق.

۱۳ - حب $۳۰^\circ ۲۷' ۱۶''$ ، حب $۲۳^\circ ۴۵' ۰۸''$ ، محب ۱۰°
 $۳۵^\circ ۱۲'$ لغارتملرینی بولق.

۱۴ - لع حب س $= ۱,۴۰۸۸۹$ ، لع محب س $= ۱,۸۱۴۹۴$
ایکن مقدار قوسلرینی بولق.

۱۵ — $\text{لع مم س} = ۱,۸۸۲.۰۱$ ، $\text{لع عم س} = ۱,۰۵۹۲۶$ ایکن مقدار قوسلرینی بولوق.

۱۶ — $\text{حب س} = \frac{۲}{۵}$ ، $\text{مم س} = ۳$ ، $\text{مع س} = \frac{۷}{۴}$ ، $\text{عم س} = \frac{۵}{۷}$ ایکن مقدار قوسلرینی بولوق.

۱۷ — $\text{مم س} = \text{حب } ۱۲ \text{ } ۲۴ \text{ } ۴۸ + \text{حب } ۱۲ \text{ } ۲۴ \text{ } ۴۸$ ایکن س زاویه سنی بولوق.

۱۸ — $\text{مم س} = ۵$ ، $\text{حب س} = ۶$ ، $\text{محس س} = ۲۰$ ، $\text{مم س} + ۲ = ۵$ ایکن (س) ك حلی.

دردنجی فصل اوزرینه امثله

۱۹ — فوق الافق شمس $۳۰^{\circ} ۴۰'$ ارتفاعنده ایکن بر قله نك افقی کولکسنك طولی ۹۶ متره اولدینی معلوم ایکن ارتفاعنی حساب ایتمك.

۲۰ — شمس فوق الافق $۳۰^{\circ} ۳۷'$ ارتفاعنده ایکن ۱۵ متره ارتفاعنده اولان اغاجك سطح افقی اوزرنده کی کولکسنی حساب ایتمك.

۲۱ — عمودی بر صیریفك سطح افقی اوزرنده کی کولکسنی ارتفاعنك $۲,۵$ مثلی ایکن ارتفاع شمسی حساب ایتمك.

۲۲ — نصف قطری $۸,۳۵$ متره اولان دائره داخله مرسوم $۲۵,۹۷,۰۹,۰۷$ ضلعلی شکل متظملرك بر ضلعنك طولنی حساب ایتمك.

بشیمی فصل اوزرینه مسائل

۲۳ — بری برندن ۱۷۵۰ متره مسافده بولنان ایکی راصد
بر بلوطك م نقطه معلومه سنك سطح شاقولیده ارتقاع زاویه لرینی
۸۴° ۷۲' بولدقلری حالده بلوطك ارتقاعنی حساب ایتمك.

۲۴ — سطح مجردن ۱۲۰ متره مرتفع محله کی راصدك
افق حسی به امتداد ایدن خط شعاعنك خط شاقولیه احداث
ایندیکی انحطاط زاویه سی ۸۹° ۲۰' اولدینی معلوم اوله رق نصف
قطر ارضی حساب ایتمك.

۲۵ — مجموع اضلاعی ۵۲ = ۱۲۵۴,۳۴۵، وزوایاسندن
ب = ۲۸,۶° ۳۵' ۹۸، ا = ۱۸,۸° ۳۹' ۴۲، اولان مثلثی ترسیم ایتمك.
۲۶ — اضلاع ثلثه سی ۲۴۹، ۳۳۲، ۱۵ متره اولان مثلثك
خارجنه وداخلنه مرسوم دائره سی نصف قطرینی حساب ایتمك.
۲۷ — اضلاع ثلثه سی معلوم اولان مثلثك برزاویه سنك
خط منصفی و قطرینی حساب ایتمك.

۲۸ — حب ب معلوم ایکن حب ب حب ب حب ب حب ب
..... بی رسم ایتمك.

۲۹ — مم $\frac{5}{7} = ۲۷$ — ۱ ایکن حب ۵، محب ۵،
مم ۵ تابعارینك حسابی.

۳۰ — حب ب = $\frac{2}{3}$ ، حب ج = $\frac{12}{13}$ ، حب د = $\frac{7}{10}$ ،
معلوم ایکن حب (ب + ج + د) تعیرینی حساب ایتمك.

۳۱ - $\pi = \text{ب} + \text{ح} + \text{د} = \text{ایکن مم ب} + \text{مم ح} + \text{مم د} =$
 مم ب مم ح مم د اولدینک تحقیق.

۳۲ - مم ۲ س = مم ۳ س، مم ۳ س + مم ۳ س =

مم ۴ س + مم ۲ س = مم ۲ س + مم ۲ س مم س =

۱، حب ۵ س = حب ۷ س معادله لرنده س قوسنی برنجی
 ربعدہ تعیین اتمک .





Bibliotheca Alexandrina



0424192

